

На правах рукописи

*Носова*

**Носова Наталья Юрьевна**

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ШАРНИРНЫМИ  
ПАРАЛЛЕЛОГРАММАМИ С РАЗЛИЧНЫМ  
ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ**

Специальность 05.02.18  
«Теория механизмов и машин»

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Москва –2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН).

Научный руководитель:	<b>Хейло Сергей Валерьевич,</b> доктор технических наук, доцент, и.о. заведующего кафедрой «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «РГУ им. А.Н. Косыгина»
Официальные оппоненты:	<b>Захаров Михаил Николаевич,</b> доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой РКЗ «Основы конструирования машин» ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» <b>Бровкина Юлия Игоревна,</b> кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Техническая механика» ФГБОУ ВО «Московский политехнический университет»
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна» (г. Санкт-Петербург)

Защита диссертации состоится « 27 » апреля 2021 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 002.059.05 на базе в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: 101 000, г. Москва, Малый Харитоньевский пер, д.4, актовЫй зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: г. Москва, ул. Бардина, д.4, тел. (499) 135-55-16; и на сайте <http://www.imash.ru>

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения (организации), просим направлять по адресу Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН): 101000, г. Москва, Малый Харитоньевский пер., д. 4, ученому секретарю диссертационного совета Д 002.059.05.

Автореферат разослан « 22 » марта 2021 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета, к.т.н.



Рашоян Гагик Володяевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Создание новых механизмов параллельной структуры является одним из направлений развития современных робототехнических систем в процессе автоматизации конкурентоспособных промышленных предприятий машиностроительной, пищевой, текстильной, космической и других отраслей; производстве медицинских приборов и устройств оборонного назначения. Промышленные робототехнические системы освобождают человека от тяжёлого, утомительного и однообразного ручного труда, позволяют заменить его в опасной и вредной для здоровья окружающей среде, а также в труднодоступных местах.

Использование свойства механизмов параллельной структуры воспринимать каждой кинематической цепью механизма только часть общей нагрузки позволяет создавать конструкции более высокой жёсткости с подвижными звеньями, но относительно небольшой массы; с лучшими динамическими характеристиками, повышенной точностью позиционирования по сравнению с механизмами последовательной структуры. Однако механизмы параллельной структуры имеют и недостатки: ограниченность рабочей зоны (пространства); наличие сингулярностей (особых положений) в области рабочего пространства; трудности проведения параметрического синтеза механизмов.

Еще одной важной особенностью механизмов параллельной структуры являются их сложные взаимосвязанные кинематические характеристики, когда поступательное движение кинематически связано с вращательным движением и наоборот. Поэтому математические модели для решения задач кинематики и динамики таких механизмов отличаются сложностью, что затрудняет их управление, планирование траекторий движений и позиционирование рабочего органа (выходного звена). Для преодоления указанных сложностей упрощают и разделяют законы управления механизмом. Это позволяет добиться синхронизации приводов, и улучшить динамические характеристики манипуляционных механизмов.

Кинематическая развязка положения и ориентации выходного звена (платформы или рабочего органа) упрощает решение кинематических и динамических задач, а также алгоритмы управления этими устройствами. Решение подобной задачи в основном сводится к уменьшению числа промежуточных звеньев механизма, что, с одной стороны, положительно сказывается на жёсткости механизма. С другой стороны, в механизмах с полной или частичной кинематической развязкой предъявляются повышенные требования к приводам, так как каждый привод в таких механизмах отвечает за одну степень свободы выходного звена, что увеличивает нагрузку на них. Тем не менее, важным преимуществом механизмов с кинематической развязкой являются их простые кинематические зависимости между входными и выходными координатами, упрощающие их динамический анализ и синтез.

Поэтому синтез новых пространственных механизмов параллельной структуры, обладающих развязкой движений, когда одни приводы управляют положением выходной платформы, а другие управляют её ориентацией, является актуальной задачей.

Объектом исследования являются пространственные механизмы параллельной структуры выбранных структур с шарнирными параллелограммами, с различным числом степеней свободы.

**Цель работы.** Разработка и исследование пространственных механизмов параллельной структуры с различным числом степеней свободы, обладающих свойствами кинематической и динамической развязки за счёт наличия шарнирных параллелограммов в каждой кинематической цепи.

**Задачи научного исследования:**

1. Выполнить структурный синтез и анализ новых механизмов параллельной структуры с шарнирными параллелограммами с четырьмя, пятью и шестью степенями свободы.
2. Решить задачи кинематики исследуемых объектов.
3. Выявить динамические свойства механизмов.
4. Экспериментально проверить работоспособность механизма параллельной структуры на натурной модели и определить рабочую зону механизма.

**Научная новизна исследования:**

1. Разработан ряд механизмов параллельной структуры, основанных на развитии схемы типа «Orthoglide» с возможностью одновременной передачи шарнирным параллелограммом поступательных и вращательных движений.
2. Представлена методика структурного, кинематического и динамического анализа разработанного ряда механизмов.
3. Апробирован алгоритм управления разработанным механизмом с шестью степенями свободы с кинематической развязкой, основанный на минимизации ошибок по положению, скорости и ускорению.
4. Изготовлена конструкция натурного макета разработанной схемы механизма с четырьмя степенями свободы для исследования его рабочей зоны и особых положений. На практике показана возможность передачи шарнирным параллелограммом вращательных и поступательных движений.

**Теоретическая значимость работы** состоит в разработке методик структурного анализа и синтеза, кинематического и динамического анализа механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой, разработке алгоритма определения рабочей зоны и управления такими механизмами.

**Практическая значимость работы** заключается в том, что синтезированы новые схемы манипуляционных механизмов параллельной структуры с четырьмя, пятью и шестью степенями свободы с кинематической развязкой и добавлением в исходную схему механизма «Orthoglide» дополнительных вращательных движений. Данные механизмы могут быть использованы на предприятиях машиностроения, пищевой, лёгкой и других отраслей промышленности на транспортных и технологических операциях, где необходимо обеспечить положение и ориентацию выходного звена (или исполнительного органа), а также в медицинских устройствах, тренажёрах и инструментах.

**Методы исследования.** Теоретические исследования проводились с использованием методов теории механизмов и машин, теоретической механики, теории винтового исчисления, дифференциального и матричного исчисления, компьютерного моделирования.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Развитие схемы типа «Orthoglide» с целью получения дополнительных вращательных движений выходного звена.
2. Методики решения задач о положениях и скоростях для разработанного механизма с шестью степенями свободы с получением кинематических характеристик механизма.
3. Методики решения задач динамики для сферических и поступательно-направляющих механизмов, являющихся частью механизма с шестью степенями свободы.
4. Конструкция натурной модели для исследования наличия особых положений.

**Достоверность результатов** обусловлена строгостью математических выкладок при использовании корректных допущений, а также сопоставлением теоретических и практических результатов.

**Результаты работы** могут быть использованы на различных предприятиях машиностроительной, пищевой, текстильной и других отраслях; в научно-исследовательских и расчётно-конструкторских отделах предприятий, организаций и вузов, занимающихся созданием современной робототехники для автоматизации широкого круга технических операций.

**Личный вклад автора**

Носова Н.Ю. разработала: методики анализа схемы типа «Orthoglide» в направлении развития схемы, получения дополнительных вращательных движений выходного звена; методики решения задач о положениях и скоростях для разработанного механизма с шестью степенями свободы с получением кинематических характеристик механизма; методики решения задач динамики для поступательно-направляющих и сферических механизмов, являющихся частью механизма с шестью степенями свободы; разработала конструкцию действующей натурной модели для исследования наличия особых положений.

**Апробация работы.** Основные результаты доложены на следующих научно-технических конференциях:

- 65-я межвузовская научно-техническая конференция молодых ученых и студентов «Студенты и молодые ученые КГТУ производству, Кострома, КГТУ, 2013 г.;
- Межвузовская научно-техническая конференция аспирантов и студентов «Молодые учёные – развитию текстильной и лёгкой промышленности» (ПОИСК-2013), Иваново, 2013;
- Международная научно-техническая конференция «Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности» (Инновации-2013), Москва, 2013 г.;

- Международная научная конференция «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения, посвященная 75-летию Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН», Москва, 2013 г.;
- Международная научно-техническая конференция «Новое в технике и технологии текстильной и лёгкой промышленности», Витебск, 2013 г.;
- 2-й международный симпозиум «Современные проблемы создания и производства механических передач», Москва, 2013 г.;
- 66-я межвузовская научно-техническая конференция молодых учёных и студентов "Студенты и молодые учёные КГТУ производству", Кострома, 2014 г.;
- Международная научно-техническая конференция «Новое в технике и технологии текстильной и лёгкой промышленности», Витебск, 2014 г.;
- Международная научно-техническая конференция «Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности» (Инновации-2014), Москва, 2014 г.;
- 3rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics (MEDER 2015), Aalborg, Den-mark, 2015 г.;
- 14th International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science World Congress(IFToMM 2015), Taipei, Taiwan, 2015;
- Международная научно-техническая конференция «Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности» (Инновации-2015), Москва, 2015;
- 4-й международный симпозиум «Современные проблемы создания и производства механических передач», Москва, 2018 г.;
- Международная конференция «Intelligent Technologies in Robotics».г. Москва, 2019 г.

**Публикации.** По результатам диссертации опубликована 21 научная работа, в том числе 5 статей в журналах из списка ВАК, 7 публикаций, входящие в базы Scopus и Web of Science, 2 главы в монографиях с соавторами, 2 патента РФ на изобретения и 1 патент РФ на полезную модель.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из: введения, пяти глав, основных результатов и выводов, списка использованной литературы, трёх приложений, списка публикаций по теме диссертации.

Диссертация включает: 106 рисунков; 154 источника использованной литературы; 3 приложения; общий объём диссертации 152 страницы.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** представлена общая характеристика работы: определена её актуальность, сформулированы цель работы и решаемые и диссертационном исследовании задачи, определена научная новизна работы и показана её практическая значимость. А также представлены сведения об апробации работы, основных публикациях.

**В первой главе** рассматриваются пути развития механизмов параллельной структуры, их основные типы, конструктивные особенности и области применения. Анализ состояния и использования робототехнических устройств показал,

что в последнее время все более интенсивно развиваются манипуляторы (механизмы) параллельной структуры. Большой интерес к механизмам параллельной структуры вызван их положительными свойствами, такими как: более высокая жёсткость конструкции; более высокая точность позиционирования и грузоподъёмность; меньшая инерционность в динамике. Особо выделяются механизмы с кинематической развязкой, которые характеризуются относительно простыми кинематическими связями между входными и выходными координатами (параметрами), что исключает необходимость синхронизировать исполнительные механизмы. Введение кинематической развязки между положением и ориентацией выходного звена упрощает вывод и решение уравнений, а также способствует активизации системы управления. Имеющиеся недостатки механизмов параллельной структуры, такие как небольшое рабочее пространство, наличие особых положений в близости от рабочего пространства, сложность параметрического синтеза и нелинейные соотношения между кинематикой и динамикой преодолеваются выбором объектов с соответствующими техническими условиями, выбором алгоритма управления, обеспечивающего обход особых положений, введением комплексных элементов, состоящих из группы звеньев.

Исследования механизмов как параллельной, так и последовательной структуры строятся на общих методах теории механизмов и машин, теоретической механики, теории управления. Данные исследования были отражены в трудах таких российских учёных, как Чебышев П.Л., Артоболевский И.И., Диментберг Ф.М., Добровольский В.В., Фролов К.В., Болотник Н.А., Бессонов А.П., Левитский Н.И., Колисков А.Ш., Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Хейло С.В., Крейнин Г.В., Тывес Л.И., Саламандра Б.И., Корендясев А.И., Юшенко А.С., Зенкевич С.Л., Крутько П.Д., Воробьёв Е.И., Саяпин С.Н. и других. Также значительный вклад в развитие механизмов параллельной структуры внесли такие зарубежные исследователи, как Хант К. (Hunt K.H.), Мерле Ж.П. (Merlet J.P.), Инноченти С. (Innocenti C.), Паренти-Кастелли В. (Parenti-Castelli V.), Анджелес Х. (Angeles J.), Госслен К. (Gosselin C.), Конг Х. (Kong X.), Венгер Ф. (Wenger Ph.), Шабля Д. (Chablat D.), Аралелян В. (Arakelian V.), Чекарелли М. (Ceccarelli M.), Гогу Г. (Gogu G.), Крейг Дж. (Craig J.J.), Такеда Ё. (Takeda Y.) и многие другие.

**Во второй главе** решается задача синтеза и анализа механизмов параллельной структуры с четырьмя, пятью и шестью степенями свободы, показана возможность передачи шарнирным параллелограммом вращательного движения.

В качестве прототипа был выделен робот Orthoglide, разработанный французскими учёными Венгером Ф. и Шабля Д. (Wenger P., Chablat D.). В каждую кинематическую цепь механизма входит двигатель поступательного перемещения, который передаёт движение выходного звена только по одной координате декартовой системы. Данный механизм обладает свойством кинематической развязки, т.е. одно движение (перемещение) выходного звена обеспечивается за счёт только одного входного звена или группы звеньев кинематической цепи.

Приводятся результаты дальнейшего развития схемы робота Orthoglide с тремя степенями свободы в целях повышения его жёсткости. Для этой цели в исходную схему были введены дополнительные вращательные кинематические пары, что

позволило двигателю поступательного перемещения выполнять также вращательное движение.

Структурный синтез и анализ разрабатываемых механизмов проведён с помощью формул А.П. Малышева для пространственных механизмов, П.Л. Чебышева для плоских механизмов и В.В. Добровольского для сферических механизмов.

Исполнительный узел состоит из подвижной платформы и рабочего инструмента, установленного на ней. Перемещение и вращение подвижной платформы и рабочего инструмента происходит за счёт трёх кинематических цепей, расположенных ортогонально вдоль осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .

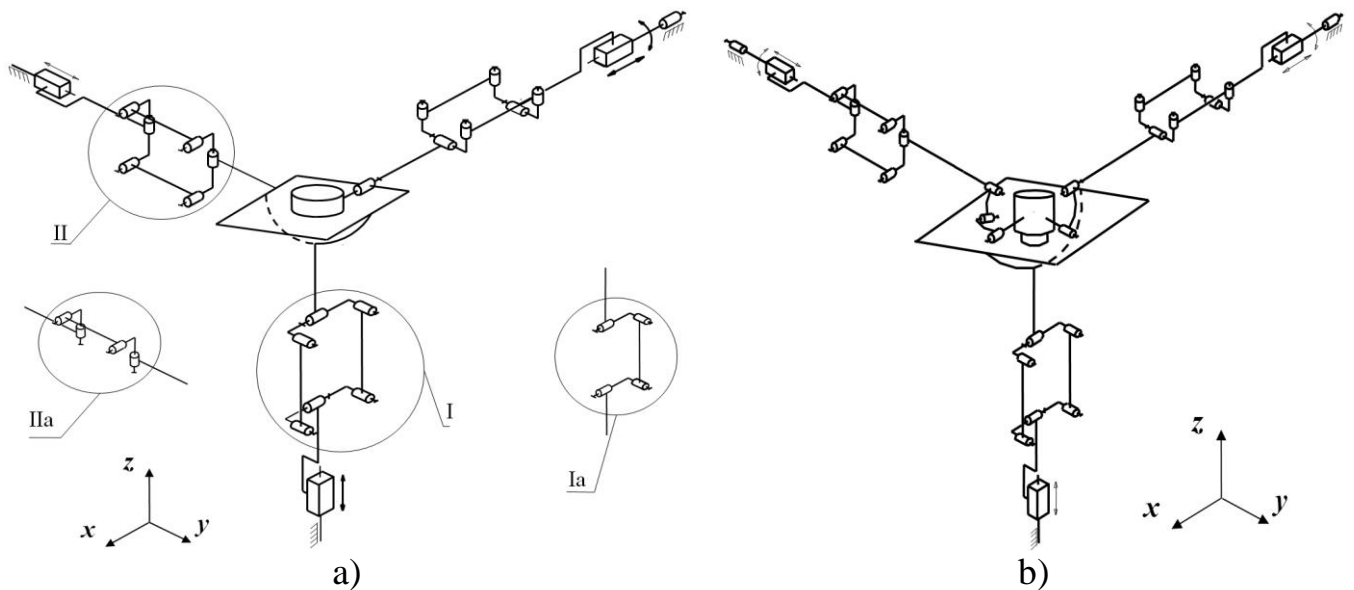


Рисунок 1. Структурные схемы механизмов:

а) с четырьмя степенями свободы; б) с пятью степенями свободы.

Для определения подвижности механизмов с четырьмя, пятью и шестью степенями свободы, было предложено допущение, что в цепи, содержащей двигатель вращательного перемещения, шарнирный параллелограмм (по формуле П.Л. Чебышева) рассматривается как одноподвижная поступательная кинематическая пара, а в кинематических цепях, не имеющих двигателей вращательного перемещения, шарнирные параллелограммы заменяются карданными шарнирами (I, II) (рисунок 1а)). Данная замена характерна для механизмов с четырьмя и пятью степенями свободы.

Механизм параллельной структуры с шестью степенями свободы включает структурные элементы механизмов с четырьмя и пятью степенями свободы (рисунок 2).

Для определения работоспособности рассматриваемых механизмов используется метод винтового исчисления, который позволяет выявить особые положения (сингулярности), неуправляемую подвижность в механизме, а также показать возможность передачи шарнирным параллелограммом вращательного движения.

**В третьей главе** рассматривается взаимосвязь между обобщенными и абсолютными координатами механизмов. Рассмотренный выше механизм с шестью степенями свободы кинематически развязан по положению и ориентации выходного звена, и его можно условно разделить на два механизма – поступательный



механизм параллельной структуры с тремя степенями свободы (рисунок 3а)) и сферический механизм с тремя степенями свободы (рисунок 4, 5). Анализ данных механизмов можно производить независимо друг от друга.

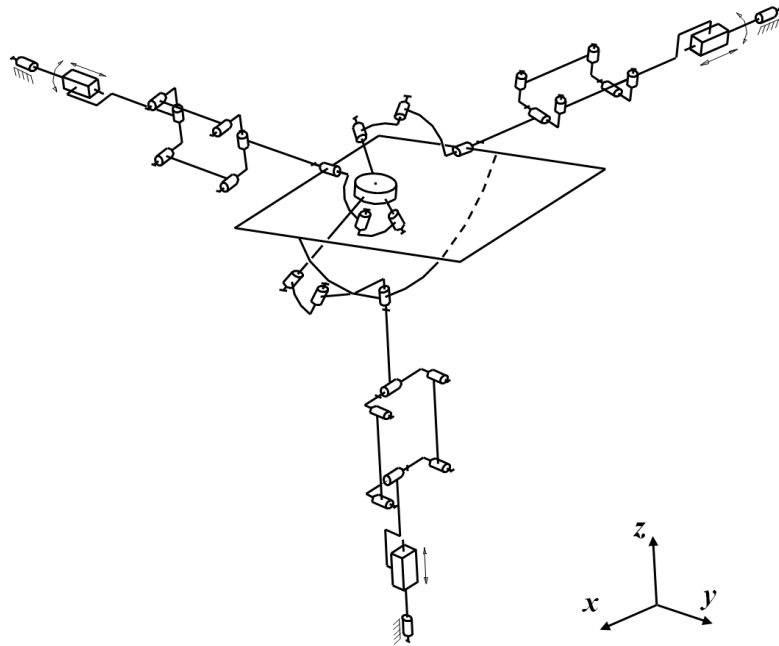


Рисунок 2. Структурная схема механизма с шестью степенями свободы.

При определении положений поступательного механизма необходимо учитывать условие параллельности и неизменности их длин звеньев. Для облегчения решения этой задачи исходный механизм заменялся упрощенным, в котором шарнирный параллелограмм представляется одноподвижной поступательной кинематической парой (рисунок 3б)). В результате были составлены уравнения связи между входными (обобщенными) координатами (характеризующие положения точек  $B_1, B_2, B_3$ ) и выходными (абсолютными) координатами (координаты рабочей точки механизма –  $x_A, y_A, z_A$ ) при решении прямой и обратной задач кинематики.

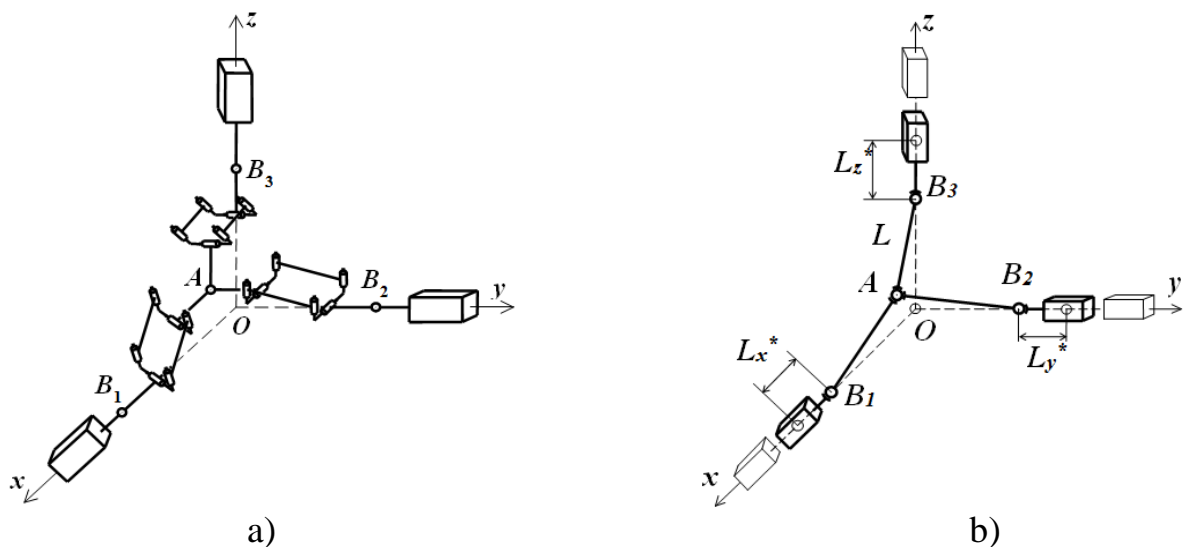


Рисунок 3. Поступательная часть механизма с шестью степенями свободы: а) исходная схема поступательного механизма; б) механизм «пирамида» – расчетная схема поступательного механизма с тремя степенями свободы.

Рассмотренный в главе 2 механизм с шестью степенями свободы имеет кинематическую развязку по положению и ориентации выходного звена. Следовательно, его можно условно разделить на два механизма – поступательный механизм параллельной структуры с тремя степенями свободы (рисунок 3а)) и сферический механизм с тремя степенями свободы (рисунок 4, 5). Анализ данных механизмов можно производить независимо друг от друга. Для рассматриваемого поступательного механизма параллельной структуры с тремя кинематическими цепями (рисунок 3 б)) функция положения имеет вид:

$$\begin{cases} F_1 = (x_A - x_{B1})^2 + y_A^2 + z_A^2 - L^2 = 0, \\ F_2 = x_A^2 + (y_A - y_{B2})^2 + z_A^2 - L^2 = 0, \\ F_3 = x_A^2 + y_A^2 + (z_A - z_{B3})^2 - L^2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Для решения задачи о скоростях использовался метод, основанный на свойствах матрицы Якоби, разработанный Анджелесом Х. и Госсленом К.. В общем виде, уравнение, полученное используемым методом, имеет вид:

$$A \cdot V = (-B) \cdot V_{i1} \quad (2)$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_A} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_A} & \frac{\partial F_2}{\partial y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_A} & \frac{\partial F_3}{\partial y_A} & \frac{\partial F_3}{\partial z_A} \end{pmatrix}; V = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{B1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial y_{B2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial z_{B3}} \end{pmatrix}; V_{i1} = \begin{pmatrix} V_{11} \\ V_{21} \\ V_{31} \end{pmatrix},$$

где  $A$  – матрица частных производных от неявной функции по абсолютным координатам  $x_A, y_A, z_A$ ;  $B$  – матрица частных производных от неявной функции по обобщенным координатам  $x_{B1}, y_{B2}, z_{B3}$ ;  $V$  – вектор скорости выходного звена;  $V_{i1}$  – вектор скоростей во входных звеньях (входные скорости).

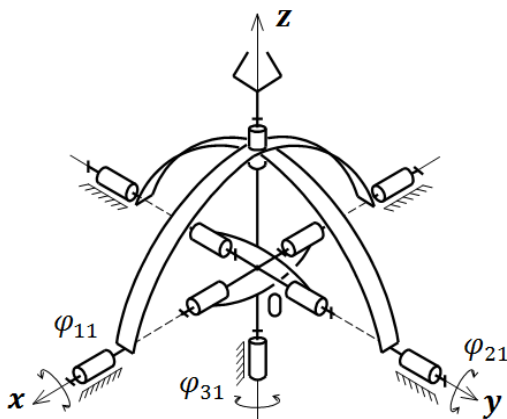


Рисунок 4. Сферическая часть механизма с шестью степенями свободы. Расчётная схема.

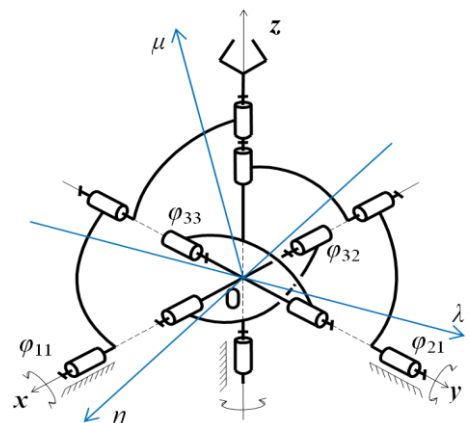


Рисунок 5. Сферическая часть механизма с шестью степенями свободы. Расчётная схема.

Задача о положениях для сферического механизма с тремя степенями свободы с выводом соответствующих уравнений связи между углами поворота в приводных вращательных шарнирах и углами поворота выходного звена, решалась в сферической системе координат. Сферический механизм состоит из трёх кинематических цепей с пересекающимися осями под углом  $90^\circ$ . Каждое входное звено со-

пряжено с двигателем вращательного перемещения. Выходное звено представляет собой две пересекающиеся полусферы и инструмент, вращающийся вокруг трех осей  $x, y, z$  с пересечением в точке  $O$ .

Решение прямой задачи кинематики в сферической системе координат получено через два угла  $\alpha, \beta$ . Система уравнений, описывающую взаимосвязь между входными и выходными координатами (углами), имеет вид:

$$\begin{cases} F_1 = \cos \beta \cdot \sin \alpha + \tan \varphi_{11} \left( \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{11} + \tan^2 \varphi_{21} + 1}} \right); \\ F_2 = \cos \alpha \cdot \sin \beta - \tan \varphi_{11} \left( \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{11} + \tan^2 \varphi_{21} + 1}} \right); \\ F_3 = \sin \beta - \left( \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{11} + \tan^2 \varphi_{21} + 1}} \right); \end{cases} \quad (3)$$

Для определения скоростей сферического механизмов использовался аналитический метод, основанный на изучении свойств матрицы Якоби, согласно формуле (2).

Также в третьей главе рассмотрены решения задачи о положениях с выводом соответствующих уравнений связи для сферического механизма в углах поворота при переходе выходного звена из подвижной системы координат в неподвижную. Наиболее часто используемые системы поворота: традиционная – вокруг осей  $x, y, z$  последовательно; в углах Эйлера (поворот на угол собственного вращения, угол нутации и прецессии; в углах Эйлера-Крылова (корабельные углы: угол дифферента, крена и рысканья). Для рассматриваемого сферического механизма (рисунок 5) решена обратная задача о положении и скоростях с использованием традиционной системы поворота вокруг осей  $Oxyz$ .

Сферический механизм состоит из трёх кинематических цепей с пересекающимися осями под углом  $90^\circ$ . Каждое входное звено сопряжено с двигателем вращательного перемещения. Выходное звено вращается вокруг трёх осей  $x, y, z$  с пересечением в точке  $O$ , и представляет собой две пересекающиеся полусферы с установленным на них инструментом.

Для нахождения положения выходного звена в подвижной системе координат  $Ox_1x_2x_3$  воспользуемся последовательным поворотом вокруг осей  $Oxyz$  в неподвижной системе координат на углы  $\alpha, \beta, \gamma$ . Абсолютными (выходными) координатами являются углы поворота выходного звена –  $\alpha, \beta, \gamma$ . Обобщенными (входными) координатами являются углы поворота приводных вращательных шарниров –  $\varphi_{11}, \varphi_{21}, \varphi_{31}$ , соответственно, первой, второй и третьей кинематических цепей.

Совмещая неподвижную и подвижную системы координат, совершается первый поворот вокруг оси  $Ox$  на угол  $\alpha$ , второй поворот на угол  $\beta$  вокруг оси  $Oy'$ , третий поворот вокруг оси  $Ox_3$  на угол  $\gamma$ .

Поворот выходного звена вокруг осей  $Ox, Oy, Oz$  при переходе из подвижной системы координат в неподвижную запишем в виде матриц:

Уравнения связи для сферического механизма получили в виде:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \cos \gamma \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} + \tan \varphi_{11}, \\ F_2 = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} - \tan \varphi_{21}, \\ F_3 = \frac{\cos \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \sin \gamma}{\cos \alpha \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma} + \tan \varphi_{31}. \end{cases} \quad (4)$$

Для решения задачи о скоростях также использовался метод Анджелеса-Госслена.

**В четвёртой главе** представлен динамический анализ рассматриваемого механизма с шестью степенями свободы, отдельно для поступательной части и для сферической. В частности проводится анализ свободных (собственных) колебаний системы на основе уравнений Лагранжа II рода. Полученные результаты используются далее для решения задачи управления, основанного на минимизации ошибки по положению. Любое движение рассматриваемого механизма реализуется при совместном действии всех приводов. В работе рассматриваются задачи динамического анализа поступательного и сферического механизмов с тремя степенями свободы каждый.

Для определения собственных частот поступательного механизма был использован эквивалентный по схеме механизм «пирамида» с тремя степенями свободы (рисунок 3b).

Уравнения Лагранжа II рода в обобщенных координатах имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_k}, \quad (5)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $q_k$  – обобщённые координаты, число которых равно числу  $n$ -степеней свободы системы ( $k = 1, 2, 3$ );  $\dot{q}_k$  – обобщённые скорости;  $\Pi$  – потенциальная энергия системы.

Кинетическую  $T$  и потенциальную  $\Pi$  энергии системы запишем в виде:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2), \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) \quad (7)$$

Система дифференциальных уравнений малых свободных колебаний для механизма с тремя степенями свободы имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{q}_1 + c_{11}q_1 = 0; \\ a_{21}\ddot{q}_1 + c_{21}q_1 = 0; \\ a_{31}\ddot{q}_1 + c_{31}q_1 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Частные решения системы (8) имеют вид:

$$q_1 = A_1 \sin(kt + \alpha); \quad q_2 = A_2 \sin(kt + \alpha); \quad q_3 = A_3 \sin(kt + \alpha). \quad (9)$$

где  $A_i$  – амплитуда свободных колебаний;  $(kt + \alpha)$  – фаза колебаний,  $k = \sqrt{c/a}$  – круговая частота свободных колебаний или собственная частота ( $\tau = 2\pi/k = 2\pi\sqrt{a/c}$  – период колебаний);  $\alpha$  – начальная фаза колебаний.

Были определены частоты свободных колебаний.

Используя полученные выше результаты, было проведено численное моделиро-

вание движения поступательного механизма параллельной структуры с тремя степенями свобода на основе принципа Д'Аламбера-Лагранжа. Было составлено уравнения равновесия (статики) механизма под действием приложенных к нему сил и моментов, что позволило перейти к уравнениям движения как к уравнениям кинестатики:

$$\sum_{j=i+1}^n (F_{Bj} + F_{ni}) + \mu_i = 0, \quad (10)$$

где  $F_{Bi}$  – внешние силы, действующие на звено и приложенный в его центре масс;  $F_{ni}$  – силы инерции -го звена в неподвижной системе координат;  $\mu_i$  – сила, развиваемая приводом соответствующей степени подвижности и удерживающая механизм в равновесии под действием внешних сил.

Для рассматриваемого механизма (рисунок 3b)) обобщёнными координатами  $q_1, q_2, q_3$  являются перемещения приводов в точках  $B_1, B_2, B_3$  вдоль осей  $Ox, Oy, Oz$ , которые однозначно определяют положение точки  $A$ , т.е. положение выходного звена.

Задавая элементарные приращения входным координатам  $\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3$  и считая, что имеем систему с идеальными связями, получаем следующее общее уравнение динамики:

$$\sum_{i=1}^n \left( m_i \frac{d^2 r_i}{dt^2} - F_{Bi} \right) \delta r_i = 0, \quad \delta r_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \delta q_k, \quad r = x, y, z; \quad i = k = 1, 2, 3,$$

$$\sum \left[ (ma_x - P_{xi}) \frac{\partial r_x}{\partial q_k} \delta q_k + (ma_y - P_{yi}) \frac{\partial r_y}{\partial q_k} \delta q_k + (ma_z - P_{zi}) \frac{\partial r_z}{\partial q_k} \delta q_k \right] + \mu_i = 0, \quad (11)$$

где  $m$  – масса выходного звена;  $P_{xi}, P_{yi}, P_{zi}$  – проекции активных сил на неподвижные оси координат;  $a_x, a_y, a_z$  – ускорения выходного звена;  $\frac{\partial r_x}{\partial q_k}, \frac{\partial r_y}{\partial q_k}, \frac{\partial r_z}{\partial q_k}$  – бесконечно малые приращения обобщенных координат системы ( $i = k = 1, 2, 3$  – номер кинематической цепи).

Силы  $\mu_i$ , развиваемые приводами, находим, используя законы движения выходного звена:

$$\begin{aligned} \mu_1 \delta q_1 &= m \ddot{x} \frac{\partial x}{\partial q_1} \delta q_1 + m \ddot{y} \frac{\partial y}{\partial q_1} \delta q_1 + m \ddot{z} \frac{\partial z}{\partial q_1} \delta q_1 - mg \frac{\partial x}{\partial q_1} \delta q_1, \\ \mu_2 \delta q_2 &= m \ddot{x} \frac{\partial x}{\partial q_2} \delta q_2 + m \ddot{y} \frac{\partial y}{\partial q_2} \delta q_2 + m \ddot{z} \frac{\partial z}{\partial q_2} \delta q_2 - mg \frac{\partial y}{\partial q_2} \delta q_2, \\ \mu_3 \delta q_3 &= m \ddot{x} \frac{\partial x}{\partial q_3} \delta q_3 + m \ddot{y} \frac{\partial y}{\partial q_3} \delta q_3 + m \ddot{z} \frac{\partial z}{\partial q_3} \delta q_3 - mg \frac{\partial z}{\partial q_3} \delta q_3, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  есть законы движения механизма (выходного звена) во всех точках траектории:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \ddot{x}_T + \gamma_1 (\dot{x}_T - \dot{x}) + \gamma_0 (x_T - x), \\ \ddot{y} &= \ddot{y}_T + \gamma_1 (\dot{y}_T - \dot{y}) + \gamma_0 (y_T - y), \\ \ddot{z} &= \ddot{z}_T + \gamma_1 (\dot{z}_T - \dot{z}) + \gamma_0 (z_T - z), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $x_T, \dot{x}_T, \ddot{x}_T$  – заданный (требуемый) закон движения выходного звена, соответствующий заданному управляющему сигналу  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ):

$$x_T(t) = A_1 \sin(k_1 t + \alpha); \quad y_T(t) = A_2 \sin(k_2 t + \alpha); \quad z_T(t) = A_3 \sin(k_3 t + \alpha). \quad (14)$$

На вход каждого привода подаётся управляющий сигнал  $q_i(t)$ . Выходами системы являются векторы перемещений и ориентации выходного звена механизма в рабочем пространстве, связанные с  $q_i(t)$  полученными кинематическими соотношениями. Предполагается, что задан алгоритм управления механизмом параллельной структуры, который должен сводить к минимуму рассогласование (ошибку) по ускорению, скорости и положению между заданным законом движения и полученным реальным движением выходного звена. По заданному закону движения вычисляются силы  $\mu_i$ .

Записав систему уравнений (2) в виде функции от времени, получим:

$$J(A)(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix} = -J(B)(t) \begin{pmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

В общем уравнения динамики (11) входят значения ускорений входных и выходных звеньев. Для дальнейшего решения задачи динамики необходимо выразить ускорения входных звеньев через ускорения выходных. Дифференцируя уравнения (1) первый раз по  $t$ , получаем систему уравнений, связывающую скорости входных и выходных звеньев (2). Дифференцируя уравнения (1) второй раз по  $t$ , получаем уравнения, связывающие ускорения входных и выходных звеньев. Данное выражение позволяет определить искомые ускорения и его можно записать в матричной форме:

$$J(A) \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} + \frac{dJ(A)}{dt} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \left[ J(B) \cdot \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix} + \frac{dJ(B)}{dt} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} \right] \quad (16)$$

Далее определяем усилия в приводах, считая, что полученная ошибка соответствует движению колебательного звена, при котором обеспечивается устойчивость и минимизация ошибки по положению, скорости и ускорению, соответственно. Входящие в уравнения (1) абсолютные скорости определяются из уравнения скоростей(2) через обобщенные скорости.

При принятых начальных условиях были получены графики изменения ошибок по различным координатам (рисунок 6). На рисунке 7 представлены графики требуемого закона движения  $x_T(t)$ , фактического закона движения  $x(t)$  и абсолютной ошибки  $\Delta(t)$ , где  $\Delta x(t) = x_T(t) - x(t)$ . На рисунке 8 представлен график управляющих сил  $\mu_i$ .

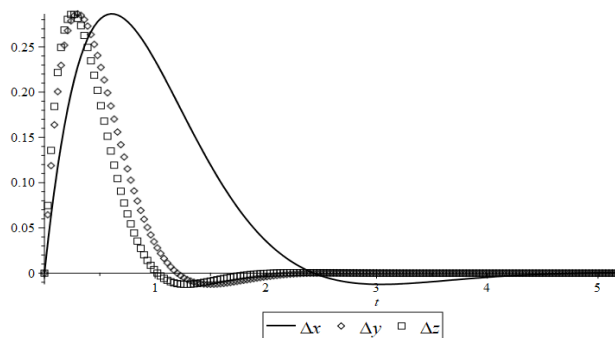


Рисунок 6. График изменения ошибки по координате.

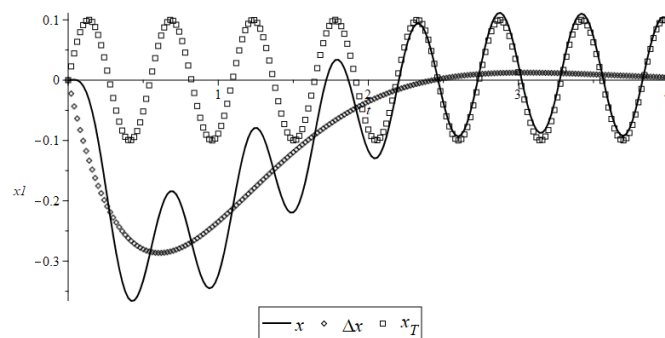


Рисунок 7. График изменения ошибки по положению.

На основе решения задач динамики был получен заданный алгоритм управления, обеспечивающий минимум ошибки по ускорению, скорости и положению. Тем самым было показано, что при заданных начальных условиях и внешнем воздействии в виде синусоиды система принимает установившиеся значения в пределах установленного переходного процесса. Рассматривались различные начальные условия движения выходного звена, различные коэффициенты обратных связей  $\gamma_0, \gamma_1$ , а также различные значения собственных круговых частот  $k_i$  движения по траектории. При этом ошибка реализации заданного закона имела допустимые значения и по завершении переходного процесса стремилась к нулю.

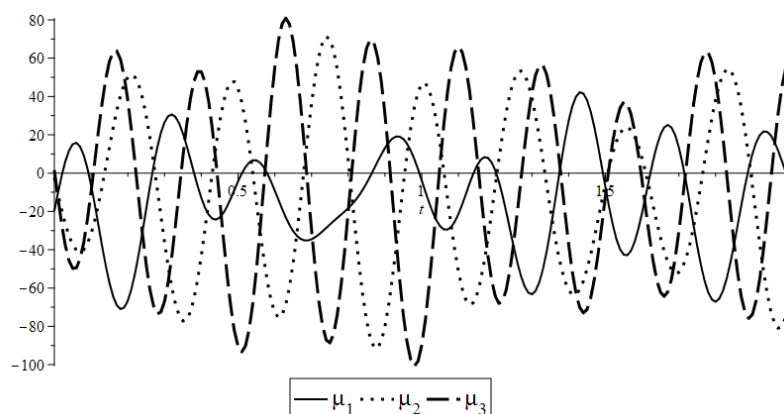


Рисунок 8. График сил  $\mu_i$ , развиваемых приводами и удерживающий механизм в равновесии.

Аналогичные исследования по динамике были проведены со сферическим механизмом с тремя степенями свободы (рисунок 5). Для рассматриваемого механизма положение полусфер задаётся углами  $\varphi_{11}, \varphi_{21}$ , которые однозначно определяют положение точки  $M$ , т.е. положение выходного звена с массой  $m_B$ . Угол  $\varphi_{31}$  отвечает за ориентацию рабочего инструмента. Звенья механизма и полусферы считаем однородными и упругими, длина звена  $OM$  равна  $l$ , длины полусфер (дуг) равны  $\pi l$ . Выходному звену механизма поставим в соответствие подвижную систему координат  $O\eta\lambda\mu$ , оси которой расположены по главным центральным осям инерции этого звена. При нулевых значениях углов ориентации выходного звена ( $\alpha = \beta = \gamma = 0$ ) направления осей  $O\eta, O\lambda, O\mu$  совпадают с направлениями осей  $Ox, Oy, Oz$ , соответственно.

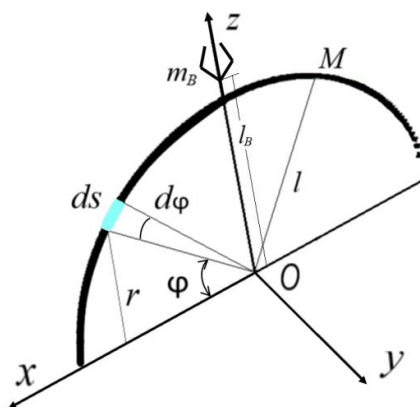


Рисунок 9. Схема для определения моментов инерции.

За обобщенные координаты принимаются углы поворота входных звеньев  $q_1 = \varphi_{11}, q_2 = \varphi_{21}, q_3 = \varphi_{31}$ .

Главные оси инерции совпадают с координатными осями  $Ox, Oy, Oz$ , тогда выражение для кинетической энергии  $T$  системы можно записать в виде:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2}(J_x \omega_x^2 + J_y \omega_y^2 + J_z \omega_z^2), \quad (17)$$

где  $J_x, J_y, J_z$  – осевые моменты инерции;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора абсолютной угловой скорости  $\vec{\omega}$  на оси координат  $Ox, Oy, Oz$ , связанные с движущимся телом.

Кинетическая  $T$  и потенциальная  $\Pi$  энергия системы будет иметь вид:

$$T = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{m_A l^2}{2} + \frac{m_B l_B^2}{2} \right) \omega_x^2 + \left( \frac{m_A l^2}{2} + \frac{m_B l_B^2}{2} \right) \omega_y^2 + \frac{m_B R^2}{2} \omega_z^2 \right), \quad (18)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2). \quad (19)$$

где  $\frac{m_A l^2}{2} + \frac{m_B l_B^2}{2} = J_x = J_y$  – осевые моменты инерции вдоль осей  $Ox, Oy$ ;  $\frac{m_B R^2}{2} = J_z$  – осевой момент вдоль оси  $Oz$ .

В главе 3 для сферического механизма (рисунок 5) была получена функция положения (4), описывающая взаимосвязь между скоростями во входных звеньях и скоростями выходного звена. Система дифференциальных уравнений малых свободных колебаний для сферического механизма, а также её частные решения находятся по формулам (8) и (9), соответственно. Для сферического механизма были определены круговые частоты свободных колебаний.

На основе принципа Д'Аламбера-Лагранжа было проведено численное моделирование движения сферического механизма параллельной структуры с тремя степенями свобода.

Сферическое движение тела (выходного звена) вокруг центра масс представляет собой движение выходного звена по отношению к подвижной системе координат  $O\eta\lambda\mu$ , и определяется дифференциальными уравнениями движения тела вокруг неподвижной точки в проекциях на главные оси инерции или динамическими уравнениями Эйлера в общем виде:

$$\begin{aligned} M_\eta &= J_\eta \frac{d\omega_\eta}{dt} + \omega_\lambda \cdot \omega_\mu \cdot (J_\mu - J_\lambda) \\ M_\lambda &= J_\lambda \frac{d\omega_\lambda}{dt} + \omega_\mu \cdot \omega_\eta \cdot (J_\eta - J_\mu), \\ M_\mu &= J_\mu \frac{d\omega_\mu}{dt} + \omega_\eta \cdot \omega_\lambda \cdot (J_\lambda - J_\eta) \end{aligned} \quad (20)$$

где  $J_\eta, J_\lambda, J_\mu$  – главные моменты инерции тела относительно главных центральных осей инерции  $\eta, \lambda, \mu$ , соответственно;  $M_\eta, M_\lambda, M_\mu$  – проекции главного момента внешних сил, приложенных к телу, относительно осей подвижной системы координат  $\eta, \lambda, \mu$  (в общем случае являются функциями  $t, \alpha, \beta, \gamma, \omega_\eta, \omega_\lambda, \omega_\mu$ );  $\omega_\eta, \omega_\lambda, \omega_\mu$  – проекции вектора угловой скорости выходного звена на оси  $\eta, \lambda, \mu$ ;  $\frac{d\omega_i}{dt} = \varepsilon_i$  – проекции углового ускорения выходного звена на подвижные оси ( $i = \eta, \lambda, \mu$ ), т.е.  $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}$ .



Моменты  $\mu_i$ , развиваемые приводами, для сферического механизма (рисунок 5) находим по законам движения выходного звена:

$$\begin{aligned}\mu_1 \delta \varphi_{11} &= J_x \ddot{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi_{11}} \delta \varphi_{11} + J_y \ddot{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi_{11}} \delta \varphi_{11} + J_z \ddot{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi_{11}} \delta \varphi_{11} + (\omega_\lambda \cdot \omega_\mu \cdot (J_\mu - J_\lambda)) \delta \varphi_{11}, \\ \mu_2 \delta \varphi_{21} &= J_\eta \ddot{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi_{21}} \delta \varphi_{21} + J_\lambda \ddot{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi_{21}} \delta \varphi_{21} + J_\mu \ddot{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi_{21}} \delta \varphi_{21} + (\omega_\mu \cdot \omega_\eta \cdot (J_\eta - J_\mu)) \delta \varphi_{21}, \\ \mu_3 \delta \varphi_{31} &= J_\eta \ddot{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi_{31}} \delta \varphi_{31} + J_\lambda \ddot{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi_{31}} \delta \varphi_{31} + J_\mu \ddot{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi_{31}} \delta \varphi_{31} + (\omega_\eta \cdot \omega_\lambda \cdot (J_\lambda - J_\eta)) \delta \varphi_{31},\end{aligned}\quad (21)$$

где  $M_x, M_y, M_z$  – проекции активных моментов (сил) на неподвижные оси координат;  $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}$  – ускорения выходного звена;  $\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi_{ij}}, \frac{\partial \beta}{\partial \varphi_{ii}}, \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi_{ij}}$  – бесконечно малые приращения обобщенных координат системы ( $i = 1, 2, 3$  – номер кинематической цепи,  $j = 1, 2, 3$  – номер кинематической пары);

Законы движения механизма (выходного звена) во всех точках траектории подчиняются уравнениям:

$$\begin{aligned}\ddot{\alpha} &= \ddot{\alpha}_T + \gamma_1(\dot{\alpha}_T - \dot{\alpha}) + \gamma_0(\alpha_T - \alpha), \\ \ddot{\beta} &= \ddot{\beta}_T + \gamma_1(\dot{\beta}_T - \dot{\beta}) + \gamma_0(\beta_T - \beta), \\ \ddot{\gamma} &= \ddot{\gamma}_T + \gamma_1(\dot{\gamma}_T - \dot{\gamma}) + \gamma_0(\gamma_T - \gamma),\end{aligned}\quad (22)$$

где  $\alpha_T, \beta_T, \gamma_T$  – заданный (требуемый) закон движения выходного звена, соответствующий заданному управляющему сигналу  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ):

$$\alpha_T(t) = A_1 \sin(k_1 t + \alpha); \quad \beta_T(t) = A_2 \sin(k_2 t + \alpha); \quad \gamma_T(t) = A_3 \sin(k_3 t + \alpha). \quad (23)$$

На вход каждого привода подаётся управляющий сигнал  $q_i(t)$ . Выходом системы являются векторы перемещений и ориентации выходного звена механизма в рабочем пространстве.

Для определения коэффициентов  $\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi_{ij}}, \frac{\partial \beta}{\partial \varphi_{ii}}, \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi_{ij}}$  использовано решение задачи о скоростях методом винтов. Для её решения необходимо определить силовые винты  $\mathbf{R}_i$  с координатами  $(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}^\circ, \mathbf{r}_{ij}^\circ, \mathbf{r}_{ij}^\circ)$  и кинематические винты  $\mathbf{U}_i$  с координатами  $(\mathbf{u}_{ijx}, \mathbf{u}_{ijy}, \mathbf{u}_{ijz}, \mathbf{u}_{ijx}^\circ, \mathbf{u}_{ijy}^\circ, \mathbf{u}_{ijz}^\circ)$ , где  $\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}$  – проекции векторной части винта,  $\mathbf{r}_{ij}^\circ, \mathbf{r}_{ij}^\circ, \mathbf{r}_{ij}^\circ$  – проекции моментной части винта;  $\mathbf{u}_{ijx}, \mathbf{u}_{ijy}, \mathbf{u}_{ijz}$  – проекции векторной части винта,  $\mathbf{u}_{ijx}^\circ, \mathbf{u}_{ijy}^\circ, \mathbf{u}_{ijz}^\circ$  – проекции моментной части винта.

Силовой винт взаимен двум ортам осей не приводных пар, кинематический винт характеризует перемещение тела. Из плюккеровых координат найденных силовых  $\mathbf{R}_i$  и кинематических  $\mathbf{U}_i$  винтов можно составить матрицы, описывающие ограничения перемещения (вращения) выходного звена:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_{1x}^\circ & \mathbf{r}_{1y}^\circ & \mathbf{r}_{1z}^\circ & \mathbf{r}_{1x}^\circ & \mathbf{r}_{1y}^\circ & \mathbf{r}_{1z}^\circ \\ \mathbf{r}_{2x}^\circ & \mathbf{r}_{2y}^\circ & \mathbf{r}_{2z}^\circ & \mathbf{r}_{2x}^\circ & \mathbf{r}_{2y}^\circ & \mathbf{r}_{2z}^\circ \\ \mathbf{r}_{3x}^\circ & \mathbf{r}_{3y}^\circ & \mathbf{r}_{3z}^\circ & \mathbf{r}_{3x}^\circ & \mathbf{r}_{3y}^\circ & \mathbf{r}_{3z}^\circ \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{i1x}^\circ & \mathbf{u}_{i1y}^\circ & \mathbf{u}_{i1z}^\circ & \mathbf{u}_{i1x}^\circ & \mathbf{u}_{i1y}^\circ & \mathbf{u}_{i1z}^\circ \\ \mathbf{u}_{i2x}^\circ & \mathbf{u}_{i2y}^\circ & \mathbf{u}_{i2z}^\circ & \mathbf{u}_{i2x}^\circ & \mathbf{u}_{i2y}^\circ & \mathbf{u}_{i2z}^\circ \\ \mathbf{u}_{i3x}^\circ & \mathbf{u}_{i3y}^\circ & \mathbf{u}_{i3z}^\circ & \mathbf{u}_{i3x}^\circ & \mathbf{u}_{i3y}^\circ & \mathbf{u}_{i3z}^\circ \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Моментная часть скалярного произведения двух винтов есть сумма скалярных произведений вектора первого винта на момент второго относительно некоторой точки и произведение вектора второго винта на момент первого относительно той

же точки, и называется относительным моментом. Поскольку силовой винт  $\mathbf{R}_i$  взаимен с кинематическими винтами  $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$ , то их относительный момент равен нулю:

$$\begin{aligned} \text{mom}(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_{i1}) &= \text{mom}(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_{i2}) = \text{mom}(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_{i3}) = 0 \\ \text{mom}(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_i) &= \text{mom}(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_{i1}) \end{aligned}$$

Для того чтобы решить задачу о скоростях методом винтов, необходимо рассмотреть следующее условие для каждой кинематической цепи:

$$\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U}_{ij} \cdot \dot{q}_i = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{R}_i, \quad (25)$$

где  $\mathbf{\Omega}(\omega_\eta, \omega_\lambda, \omega_\mu, V_\eta, V_\lambda, V_\mu)$  – плюккеровы координаты винта, характеризующие угловые и линейные скорости выходного звена вдоль осей координат (в рассматриваемом механизме поступательное перемещение отсутствует, следовательно,  $V_\eta = V_\lambda = V_\mu = 0$ );  $\dot{q}_i$  – угловая скорость, сообщаемая приводной вращательной паре кинематической цепи ( $i = 1, 2, 3$  – номер кинематической пары).

Уравнение (26) для рассматриваемого сферического механизма примет вид:

$$\begin{aligned} \omega_{11} \cdot (\mathbf{u}_{1x}\mathbf{r}_{1x}^\circ + \mathbf{u}_{1y}\mathbf{r}_{1y}^\circ + \mathbf{u}_{1z}\mathbf{r}_{1z}^\circ) &= \omega_\eta \mathbf{r}_{1\eta}^\circ + \omega_\lambda \mathbf{r}_{1\lambda}^\circ + \omega_\mu \mathbf{r}_{1\mu}^\circ, \\ \omega_{21} \cdot (\mathbf{u}_{2x}\mathbf{r}_{2x}^\circ + \mathbf{u}_{2y}\mathbf{r}_{2y}^\circ + \mathbf{u}_{2z}\mathbf{r}_{2z}^\circ) &= \omega_\eta \mathbf{r}_{2\eta}^\circ + \omega_\lambda \mathbf{r}_{2\lambda}^\circ + \omega_\mu \mathbf{r}_{2\mu}^\circ, \\ \omega_{31} \cdot (\mathbf{u}_{3x}\mathbf{r}_{3x}^\circ + \mathbf{u}_{3y}\mathbf{r}_{3y}^\circ + \mathbf{u}_{3z}\mathbf{r}_{3z}^\circ) &= \omega_\eta \mathbf{r}_{3\eta}^\circ + \omega_\lambda \mathbf{r}_{3\lambda}^\circ + \omega_\mu \mathbf{r}_{3\mu}^\circ, \end{aligned} \quad (26)$$

где левая часть выражения отвечает за плюккеровы координаты силовых и кинематических винтов в приводных вращательных шарнирах, правая часть – отвечает за плюккеровы координаты силовых и кинематических винтов выходного звена.

Поскольку сферическое движение тела в каждый момент времени может рассматриваться как вращение вокруг мгновенной оси, проходящую через неподвижную точку  $O$ , тогда общий вектор угловой скорости  $\mathbf{\omega}$  (вращение) можно разложить на три составляющих вокруг осей, проходящих через эту же точку  $O$  ( $\mathbf{\omega} = \mathbf{i}_1\omega_\eta + \mathbf{j}_1\omega_\lambda + \mathbf{k}_1\omega_\mu$ ). Разложив вектор угловой скорости  $\mathbf{\omega}$  выходного звена на подвижные оси координат  $O\eta\lambda\mu$ , обозначив его проекции на эти оси, как  $\omega_\eta, \omega_\lambda, \omega_\mu$ , и имея координаты выходного звена в подвижной системе координат, запишем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega_\eta &= \dot{\alpha}(\cos \beta \cdot \sin \gamma) + \dot{\beta}(-\sin \gamma) + \dot{\gamma} \cdot 0, \\ \omega_\lambda &= \dot{\alpha}(\cos \beta \cdot \sin \gamma) + \dot{\beta} \cos \gamma + \dot{\gamma} \cdot 0, \\ \omega_\mu &= \dot{\alpha}(-\sin \beta) + \dot{\beta} \cdot 0 + \dot{\gamma} \cdot 1. \end{aligned} \quad (27)$$

Выразив скорости  $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$  через проекции скоростей выходного звена на подвижные оси координат  $\omega_\eta, \omega_\lambda, \omega_\mu$ , и продифференцировав их второй раз по  $t$ , найдем значения ускорений выходного звена в подвижной системе координат:

$$\ddot{\alpha} = \frac{(-\dot{\gamma} \cdot \sin \gamma \cdot \omega_\eta + \dot{\gamma} \cdot \cos \gamma \cdot \omega_\lambda)}{\cos \beta} + \frac{(\cos \gamma \cdot \omega_\eta + \sin \gamma \cdot \omega_\lambda)}{\cos^2 \beta};$$

$$\ddot{\beta} = -\dot{\gamma} \cdot \sin \gamma \cdot \omega_\lambda - \dot{\gamma} \cdot \cos \gamma \cdot \omega_\eta;$$

$$\ddot{\gamma} = \dot{\beta}(1 + \tan^2 \beta)(\cos \gamma \cdot \omega_\eta + \sin \gamma \cdot \omega_\lambda) + \tan \beta (-\dot{\gamma} \cdot \sin \gamma \cdot \omega_\eta + \dot{\gamma} \cdot \cos \gamma \cdot \omega_\lambda).$$

Для реализации движения выходного звена по назначенной траектории используем полученные соотношения (28), с помощью которых определяем необходи-

мые моменты.

Закон изменения ошибки соответствует движению колебательного звена, при котором обеспечивается устойчивость и сведение к минимуму рассогласования (ошибки) по положению, скорости и ускорению между заданным законом движения и реальным движением системы. Для получения обобщающих результатов задавались различные начальные условия движения исполнительного (выходного) звена рассматриваемого сферического механизма, различные коэффициенты обратных связей  $\gamma_0, \gamma_1$ , а также различные круговые частоты  $k_i$  закона движения по траектории.

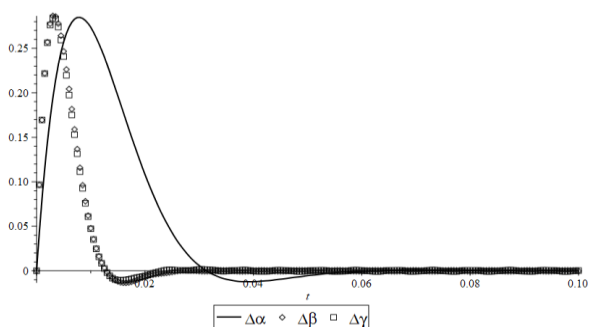


Рисунок 10. График изменения ошибки по координате.

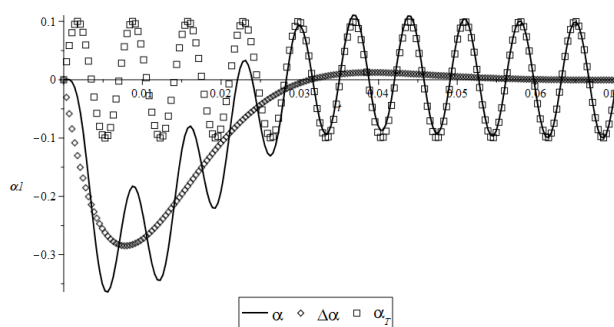


Рисунок 11. График ошибки по положению.

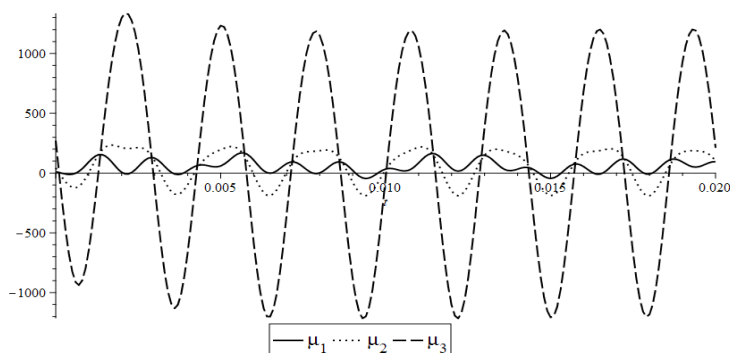


Рисунок 12. График сил  $\mu_i$ , развиваемых приводами.

**В пятой главе** рассматривается экспериментальная модель механизма, которая соответствует механизму параллельной структуры с четырьмя степенями свободы, предложенному в главе 2. Приводится описание модели и результаты определения особых положений в режиме ручного управления механизмом.



Рисунок 13. Общий вид механизма с четырьмя степенями свободы.

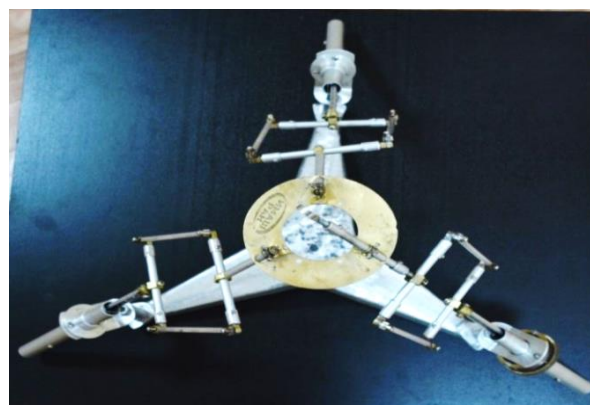


Рисунок 14. Общий вид механизма с четырьмя степенями свободы. Вид сверху

В первой части главы приведено описание разработанной конструкции механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы (рисунок 13). Основание выполнено в виде треугольной «звезды», а подвижная платформа в виде круглого кольца, с которым сопряжены три кинематические цепи. Для того чтобы одна кинематическая цепь не воспринимала весь вес конструкции, расположение трёх цепей выполнено в виде пирамиды. В среднем положении весь механизм имеет симметричный вид (рисунок 14). Оси двигателей вращательного и поступательного перемещения расположены вдоль одной оси. Для передачи вращения от соответствующего двигателя может быть предусмотрена зубчатая передача (рисунок 15).

Подвижная платформа сопрягается с кинематическими цепями посредством стержней, связанных с подвижными параллелограммами. При этом один из стержней связан с подвижной платформой, имеющей форму кольца, посредством вращательной кинематической пары, соосно с упомянутым стержнем. Это даёт возможность вращения рабочего органа, жёстко связанного со стержнем вокруг его оси.

Очень важным является вопрос, связанный с уравниванием сил веса подвижных частей механизма. Без подобного уравнивания приводы должны испытывать повышенные нагрузки. В рассматриваемом устройстве экспериментальной модели данная техническая задача решена посредством изгибных упругих элементов (стержней), которые крепятся к началу и концу каждой кинематической цепи (рисунок 16).



Рисунок 15. Кинематическая цепь механизма.



Рисунок 16. Уравнивание сил веса подвижных частей механизма.

Несмотря на то, что шарнирный параллелограмм может вращаться относительно оси, расположенной в плоскости самого параллелограмма, ориентация подвижной платформы, имеющей кольцеобразную форму, остаётся неизменной относительно основания. Это даёт возможность расположить упругие уравнивающие элементы так, что они не испытывают нагрузки на кручение, а лишь уравнивают вес конструкции.

Во второй части главы проведено исследование функциональных возможностей действующей модели механизма с четырьмя степенями свободы. Определены крайние положения выходного звена в рабочей зоне. Практически было показано, что рабочая платформа не меняет своей ориентации, несмотря на изменение

положения плоскости шарнирного параллелограмма в кинематической цепи, содержащей двигатель вращательного перемещения, но при этом вращение передаётся на рабочий орган. Для конкретной экспериментальной модели удаётся избежать особых положений в силу её конструктивных особенностей.

В третьей части главы приводятся результаты исследования и моделирования рабочей зоны механизма с четырьмя степенями свободы (рисунок 1). Путём решения прямой и обратной задач о положении был определён размер и форму рабочей зоны.

Общая система уравнений для определения рабочей зоны механизма состоит из девяти уравнений с девятью неизвестными:

$$\left\{ \begin{array}{l} (P_1 - x_1)^2 + (y_1)^2 + (z_1)^2 = a^2, \\ (x_2)^2 + (P_2 - y_2)^2 + (z_2)^2 = a^2, \\ (x_3)^2 + (y_3)^2 + (P_3 - z_3)^2 = a^2, \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = l^2, \\ (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2 = l^2, \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = l^2, \\ \left(y_1 - \frac{y_2 + y_3}{2}\right) - \left(z_1 - \frac{z_2 + z_3}{2}\right) = 0, \\ \left(x_2 - \frac{x_1 + x_3}{2}\right) - \left(z_2 - \frac{z_1 + z_3}{2}\right) = 0, \\ \left(x_3 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right) - \left(y_3 - \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = 0. \end{array} \right. \quad (29)$$

В общем случае она является системой 32 порядка. При приведении системы к одному уравнению получаем биквадратные уравнения, которые в общем случае понижают степень системы. В конечном случае данная система (29) имеет два мнимых корня и два вещественных. Два вещественных корня соответствуют двум различным сборкам конструкции (рисунок 17).

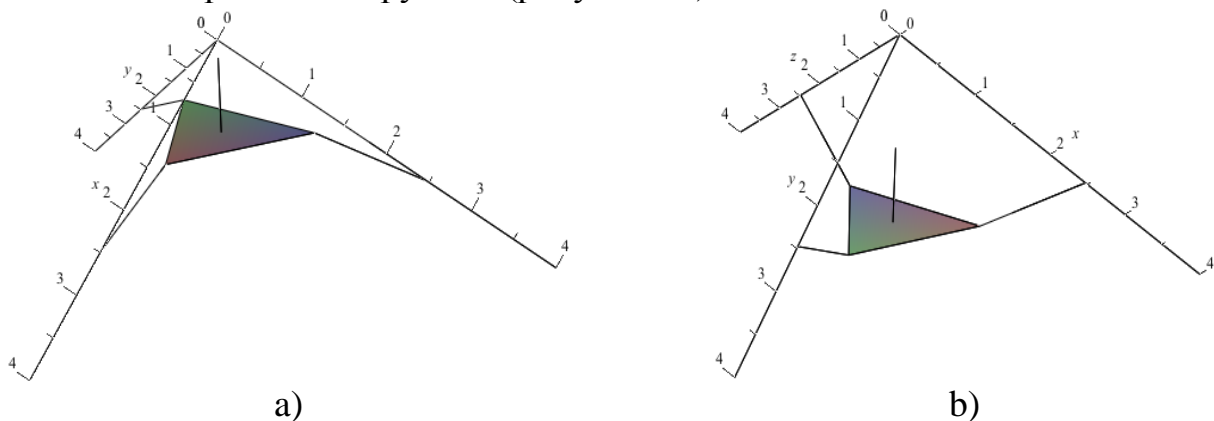


Рисунок 17. Две сборки механизма. Входные переменные равны нулю:  
а) первая сборка; б) вторая сборка.

Нами был выбран первый вариант сборки. На основании решения системы уравнений (29) была построена рабочая зона механизма при начальных условиях, соответствующих реальным размерам экспериментальной модели (рисунок 13). Моделирование работы механизма и определение рабочей зоны произведено в среде Maple 17.0.

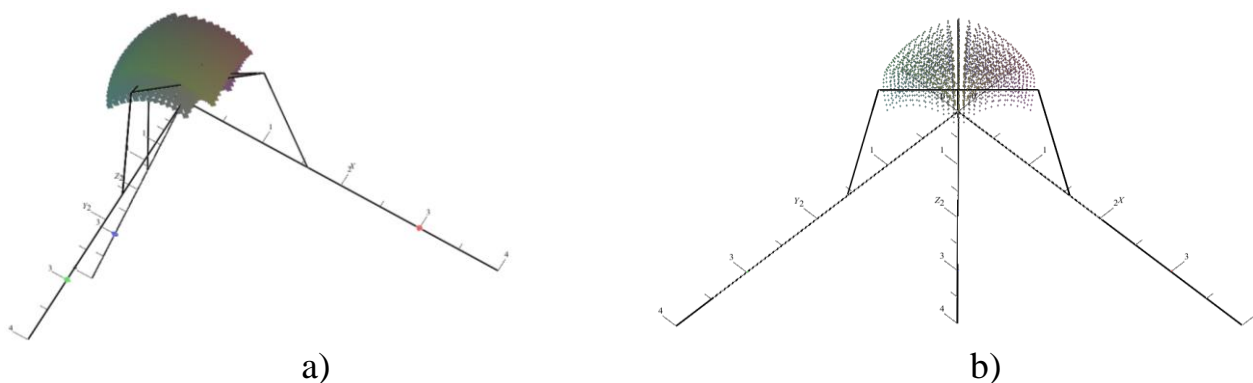


Рисунок 18. а), б) Вид сбоку.

Как видно на рисунке 18 а), б), рабочая зона механизма имеет достаточно большой объём, что даёт большие перспективы для использования исследуемой конструкции в различных областях робототехники, медицине, тренажёрах и др.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Установлена принципиальная возможность модификации механизма типа Orthoglide для одновременной передачи шарнирным параллелограммом поступательных и вращательных движений.

2. Разработан ряд механизмов параллельной структуры с четырьмя, пятью и шестью степенями свободы, которые подтвердили возможность установки двигателей вращательного перемещения на одну ось с двигателями поступательного перемещения вместо карданных валов, как в прототипе. Данная замена позволяет упростить конструкцию и повысить её жёсткость.

3. Для разработанных схем механизмов созданы методики кинематического анализа для поступательной и для сферической частей механизма с шестью степенями свободы.

4. Созданы методики динамического анализа, с помощью которых проведены теоретические исследования и численный эксперимент с определением динамических параметров новых механизмов с кинематической развязкой.

5. Разработана конструкция и определены технические характеристики натурной модели механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы, что экспериментально подтвердило способность шарнирных параллелограммов передавать как поступательные, так и вращательные движения. Для разработанной конструкции определена рабочая зона механизма с учётом особых положений.

6. Показано, что наличие упругих изгибных элементов в конструкции разработанной натурной модели обеспечивает уравнивание собственного веса механизма, незначительно уменьшает объём рабочей зоны, но при этом исключается наличие особых положений.

7. Установлено, что разработанный механизм с шестью степенями свободы имеет кинематическую развязку по положению и ориентации выходного звена, что делает возможным условное разделение его на два простых механизма – поступательный и сферический механизм с тремя степенями свободы каждый. Анализ полученных простых механизмов можно проводить независимо друг от друга, что существенно упрощает решение задач кинематики.

8. Установлено, что разработанный механизм с шестью степенями свободы, кроме кинематической, обладает и динамической развязкой, поскольку поступательные движения связаны с большими амплитудами перемещений и скоростей, в то время как вращательные движения не обуславливают больших динамических нагрузок.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в периодических научных изданиях:

1. **Носова Н.Ю.** Синтез механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой / **Н.Ю. Носова**, В.А. Глазунов, С.В. Палочкин, А.Н. Терехова // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2014. – №5. – С. 34-40.
2. **Носова Н.Ю.** Синтез и кинематический анализ механизмов параллельной структуры с развязкой поступательных движений / **Н.Ю. Носова**, В.А. Глазунов, С.Ю. Мисюрин, Д.Н. Филиппов // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2015. – №2. – С. 109-113.
3. **Носова Н.Ю.** Динамический анализ манипулятора параллельной структуры / **Н.Ю. Носова**, В.А. Глазунов, С.В. Палочкин // Дизайн и технологии. – 2015. – №47. – С. 83-94.
4. **Носова Н.Ю.** Динамика манипулятора параллельной структуры с учётом закона управления / **Н.Ю. Носова**, В.А. Глазунов, С.В. Палочкин // Машиностроение и инженерное образование. – 2015. – № 4. – С. 13-20.
5. **Носова Н.Ю.** Динамический анализ сферической части манипулятора параллельной структуры с учетом закона управления / **Н.Ю. Носова**, С.В. Хейло, В.А. Глазунов, А.В. Царьков // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2018. – №3. – С. 3-11. DOI: 10.7868/S023571191803001X

### Патент на полезную модель и изобретение

1. **Носова Н.Ю.**, Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В. Пространственный механизм с пятью степенями свободы // Патент на полезную модель RU № 135283, регистрация в Государственном реестре РФ 10 декабря 2013 г.
2. **Носова Н.Ю.**, Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В. Пространственный механизм с четырьмя степенями свободы // Патент на изобретение RU № 2534706, регистрация в Государственном реестре РФ 06 октября 2014 г.
3. **Носова Н.Ю.**, Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В., Комисарук Л.В. Пространственный механизм с шестью степенями свободы // Патент на изобретения RU № 253635, регистрация в Государственном реестре РФ 28 октября 2014 г.

### Публикации в зарубежных изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science:

1. **Nosova N.Y.**, Glazunov V.A., Palochkin S.V., Terekhova A.N. Synthesis of mechanisms of parallel structure with kinematic interchange // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2014. – Т. 43, № 5. – С. 378–383. DOI: 10.3103/S1052618814050136.
2. **Nosova N.Yu.**, Glazunov V.A., Misyurin S.Yu., Filippov D.N. Synthesis and the kinematic analysis of mechanisms of parallel structure with the outcome of progress //

Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2015. – № 2. – P. 109–113.

3. Glazunov V., **Nosova N.**, Ceccarelli M. Kinematics of a 6 DOFs manipulator with interchangeable translation and rotation motions // Recent Advances in Mechanism Design for Robotics. Proceedings of the 3rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics. Mechanisms and Machine Science. – Springer, Switzerland, 2015. – T. 33. – С. 407–416. DOI: 10.1007/978-3-319-18126-4\_39.

4. **Nosova N.Yu.**, Glazunov V.A., Nguyen Minh Thanh. Task of Control of Parallel Mechanism for Given Law of Motion // 14th International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science World Congress, IFToMM 2015. – National Taiwan University, Taipei, Taiwan. – 2015. – С. 159–163. DOI:10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS12.010.

5. Glazunov V.A., **Nosova N.Yu.**, Kheylo S.V., Tsar'kov A.V. Design and Analysis of the 6-DOF Decoupled Parallel Kinematics Mechanism (Book Chapter) // Mechanisms and Machine Science. – 2018. – Т. 56. – С. 125–170. DOI: 10.1007/978-3-319-74363-9\_6.

6. **Nosova N.Yu.**, Kheylo S.V., Glazunov V.A., Tsar'kov A.V. Dynamic Analysis of the Spherical Part of the Parallel Manipulator Taking into Account the Control Law // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2018. – Т. 47, № 3. – С. 205–212.

7. **Nosova N.Yu.** A Review of the Parallel Structure Mechanisms with Kinematic Decoupling // Advanced Technologies in Robotics and Intelligent Systems: Proceeding of ITR 2019. Mechanisms and Machine Science. – 2020. – Т. 80. – С. 247 – 255. DOI: 10.1007/978-3-030-33491-8\_30.

#### **Публикации в коллективных монографиях:**

1. **Носова Н.Ю.** Структурный синтез пространственного манипулятора параллельной структуры с четырьмя степенями свободы / **Н.Ю. Носова** // Сб. Тезисы докладов на 65-ю межвузовская научно-техническую конференцию «Студенты и молодые учёные КГТУ – производству» – Кострома, 2013. – С. 146.

2. Glazunov V.A., **Nosova N.Yu.**, Kheylo S.V., Tsar'kov A.V. Design and Analysis of the 6-DOF Decoupled Parallel Kinematics Mechanism (Book Chapter) // Mechanisms and Machine Science. – 2018. – Т. 56. – С. 125–170. DOI: 10.1007/978-3-319-74363-9\_6.

#### **Публикации в других изданиях:**

1. **Носова Н.Ю.** Пространственный манипулятор параллельной структуры с пятью степенями свободы (тезисы) / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин / Сб. Молодые учёные – развитию текстильной и лёгкой промышленности (ПОИСК-2013): материалы международной научно-технической конференции аспирантов и студентов. Ч.2 – Иваново, 2013. – С. 160–161.

2. **Носова Н.Ю.** Задача о положениях механизма параллельной структуры с развязкой поступательных движений / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин // Сб. Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности (Инновации-2013): материалы международной научно-технической конференции. – Москва, 2013. – С. 45.



3. **Носова Н.Ю.** Пространственный манипулятор параллельной структуры с пятью степенями свободы / **Н.Ю. Носова**, В.А. Глазунов // Машины, технологии и материалы для современного машиностроения, посвященная 75-летию Института машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН: Материалы международной научной конференции. – Москва, 2013. – С. 77.

4. **Носова Н.Ю.** Определение работоспособности механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы методом винтов / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин // Новое в технике и технологии текстильной и лёгкой промышленности: материалы докладов международной научно-технической конференции. – Витебск, 2013. – С. 338–340.

5. **Носова Н.Ю.** Особенности конструктивных решений пространственного манипулятора параллельной структуры с кинематической развязкой / **Н.Ю. Носова** // 2-й международный симпозиум «Современные проблемы создания и производства механических передач». – Москва, 2013.

6. **Носова Н.Ю.** Определение скоростей и особых положений сферического манипулятора / **Н.Ю. Носова** // Сб. Тезисы докладов на 66-й межвузовской научно-технической конференции молодых учёных и студентов «Студенты и молодые учёные КГТУ – производству». – Кострома, 2014. – С. 70–71.

7. **Носова Н.Ю.** Расчёт скоростей поступательно-направляющего манипулятора методом дифференцирования уравнений связи с применением матрицы Якоби / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин // Инновационные технологии в текстильной и лёгкой промышленности: Материалы докладов международной научно-технической конференции. – Витебск, 2014. – С. 286–288.

8. **Носова Н.Ю.** Определение работоспособности механизма параллельной структуры с пятью степенями свободы методом винтов / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин // Сб. Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности (Инновации-2014): материалы международной научно-технической конференции. – Москва, 2014. – С. 165–168.

9. **Носова Н.Ю.** Анализ колебательных процессов механизма параллельной структуры на основе уравнения Даламбера–Лагранжа II рода / **Н.Ю. Носова**, С.В. Палочкин // Сб. Дизайн, технологии и инновации в текстильной и лёгкой промышленности (Инновации-2015): материалы международной научно-технической конференции. Часть 3. – Москва, 2015. – С. 12–16.

10. **Носова Н.Ю.** Эволюция методов кинематической развязки механизмов параллельной структуры / **Н.Ю. Носова** // Сборник трудов 4-го московского международного симпозиума «Приводная техника и компоненты машин». – Москва, 2018. – С. 109–116.