

**ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМ. А.А. БЛАГОНПРАВОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

На правах рукописи



Карпов Иван Андреевич

**Разработка метода экспериментального определения
коэффициента потерь колебательных систем на основе
дискретного ARMA-моделирования**

Специальность:

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин
(технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

МОСКВА – 2025

Работа выполнена в отделе Теоретической и прикладной акустики Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук» (ИМАШ РАН) Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный
руководитель:

Бобровницкий Юрий Иванович,
доктор физико-математических наук, заведующий отделом Теоретической и прикладной акустики ФГБУН «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук» (ИМАШ РАН)

Официальные
оппоненты:

Цукерников Илья Евсеевич,
Доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории «Защита зданий от вибраций и структурного шума» ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук» (НИИСФ РААСН).

Канев Николай Георгиевич,
доктор физико-математических наук, научный сотрудник Теоретического отдела АО «Акустический институт им. академика Н.Н. Андреева» (АКИН)

Ведущая
организация:

ФГУП «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского» (ЦАГИ)

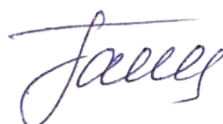
Защита диссертации состоится «23» декабря 2025 года в 10:30 на заседании диссертационного совета 24.1.075.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: 1119334, г. Москва, ул. Бардина, д. 4.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью учреждения (организации), просьба направлять по адресу: 1119334, г. Москва, ул. Бардина, д. 4, Филиал ИМАШ РАН НЦ НВМТ РАН, ученому секретарю диссертационного совета 24.1.075.02.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИМАШ РАН и на сайте <http://imash.ru/>.

Автореферат разослан «___» октября 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук



Гранова Галина Николаевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность

Потери (демпфирование, диссипация, поглощение, рассеяние) энергии колебаний или просто «потери» – неотъемлемое свойство всех без исключения колеблющихся упругих тел, сред, материалов и структур, состоящее в том, что из-за деформаций часть энергии колебаний превращается в тепло и другие формы энергии. Физические причины этих превращений многочисленны, неконтролируемы и пока недостаточно изучены. Теоретически потери можно рассчитывать сегодня лишь в очень немногих простейших случаях. Поэтому в основном потери измеряют экспериментально.

Последние несколько десятилетий потери приобрели огромное значение в современной науке и технике. Это вызвано тем, что потери напрямую определяют амплитуды резонансных колебаний и, следовательно, несут основную часть ответственности за высокие уровни шума и вибраций многочисленных машин, разного рода механизмов и устройств и других источников. Из-за все возрастающего числа источников и их мощности, проблема снижения шума и вибраций уже к середине XX века стала одной из основных в промышленности, на транспорте, в городах как с точки зрения экологии, т.е. воздействия на человека, так и с технической точки зрения, т.е. обеспечения прочности и надежности изделий техники и оборудования [1–4]. Последовавший после этого период времени, который продолжается и сейчас, ознаменовался бурным развитием работ по этой проблеме, результаты которых привели к заметным успехам решения проблемы практически во всех «шумных» отраслях промышленности. Публикации по проблеме насчитывают несколько тысяч названий, не считая отраслевые материалы. В этот период были развиты общие подходы и методы снижения уровней шума и вибраций [1–8], методы и средства решения проблемы с учетом специфики отдельных отраслей промышленности [9–13], созданы и исследованы материалы с повышенным демпфированием [14–17], написаны десятки книг [18–23] и обзоров [24–28].

Естественно, что для широкого использования разработанных методов, материалов и структур с повышенными демпфирующими свойствами были также разработаны и соответственные методы экспериментального определения коэффициента потерь [8, 17, 29 – 32], некоторые из которых были оформлены как международные стандарты. Возникли и также активно разрабатываются в настоящее время два новых научных направления, «Идентификация систем» [33, 34] и «Экспериментальный модальный анализ» [35, 36], посвященные моделированию динамических (в том числе колебательных) систем и определению (в частности, измерению) их параметров, в число которых входят и параметры потерь. Отдельный обзор существующих экспериментальных методов измерения потерь колебательных систем приведен в **главе 1** диссертации. Отметим лишь то,

что разработанные методы измерения потерь имеют сравнительно узкий динамический диапазон измерений, ограниченный «не слишком демпфированными системами» [35].

Отмеченные выше достигнутые результаты решения проблемы шума и вибраций, имеющие огромное значение для улучшения экологии человека и повышения эксплуатационных условий техники, в конечном итоге были получены в значительной мере благодаря определенному повышению потерь в повсеместно используемых материалах и структурах. Но, это еще не предел. Некоторые имеющиеся теоретические оценки, см. например, [37], показывают, что до верхнего предела потерь еще далеко. Это очень важное и своевременное обстоятельство, т. к. в последнее время уже появились признаки того, что имеющиеся сегодня методы и средства снижения шума и вибраций недостаточны. Причиной этого является хорошо известный факт о том, что практически все разработанные средства используют значительные дополнительные массы и объемы, что совершенно недопустимо в таких новых отраслях промышленности, как ракетно-космическая техника и авиастроение. Для изделий этих и некоторых других отраслей в настоящее время необходима разработка принципиально новых материалов и структур с еще более высоким уровнем демпфирования с минимальной массой и минимальными размерами. Сегодня уже общепризнано, что создание таких структур принципиально возможно и основной базой для этого являются метаматериалы. Метаматериал – это, фактически, сложная неоднородная, чаще всего периодическая, структура, которая в зависимости от устройства может обладать широким кругом волновых и звукопоглощающих свойств, см., например, [38–40]. Судя по публикациям, активные поисковые работы по метаматериалам в настоящее время проводятся во всем мире. Их результаты пока находятся на лабораторном уровне, но уже имеющиеся лабораторные эксперименты указывают на перспективность дальнейших исследований. Аналитический обзор последних работ этого направления, связанный с потерями, можно найти в статье [41].

Поскольку коэффициент потерь метаматериалов значительно выше, чем в существующих композиционных материалах, параллельно с проводимыми исследованиями возникла также необходимость в новых методах измерения потерь в сложных и сильно демпфированных системах. Основными требованиями к таким методам являются применимость к любым виброакустическим системам, включая метаматериалы, широкий динамический диапазон измеряемых потерь (вплоть до критических значений), экономичность и высокая точность, т.е. то, чего недостает существующим методам измерений. Этим обусловлена актуальность работ, выполненных автором диссертации по созданию нового метода измерения коэффициента потерь, представленного в диссертации.

Цель и задачи работы

Целью диссертационной работы является разработка нового метода экспериментального определения коэффициента потерь, применимого к сложным инженерным системам, в частности, сильно демпфированным колебательным системам.

Как показано в диссертации, метод был предложен и разработан, научно обоснован и тщательно проверен в численных и лабораторных экспериментах. Он обладает практически неограниченной областью применимости, максимально возможным динамическим диапазоном измерения и высокой точностью и экономичностью. Метод также обладает возможностью применения частотной декомпозиции (разбиения широкого частотного диапазона на ряд более узких поддиапазонов и применения метода к каждому поддиапазону независимо), а также обладает способностью различать близкие собственные частоты. Таким образом, метод удовлетворяет всем специальным требованиям, необходимым для проектирования «суперпоглотителей» звука из метаматериалов для ракетно-космической техники и самолетостроения.

Перечисленные свойства предложенного метода обусловлены удачным сочетанием нескольких использованных в нем новых положений. Это прежде всего применение в качестве рабочей модели метода дискретных моделей типа ARMA (AutoRegressive Moving Average models), которые описываются конечно-разностными уравнениями и которые для моделирования колебательных систем в акустике и теории колебаний ранее практически не использовались. Между тем сравнительно с обычно применяемыми непрерывными моделями, описываемыми дифференциальными уравнениями, они обладают рядом достоинств. Это их высокая точность, простота построения по данным измерения и др.

Чтобы пояснить смысл и следствия использования ARMA-модели и других новых положений, необходимо сделать следующее замечание. Особенностью потерь является то, что их нельзя измерить подобно массе и упругости в статическом режиме. Для их измерения необходимо, чтобы исследуемая система совершала свободные или вынужденные колебания, по измерениям которых строится рабочая модель системы, а уже по значениям модельных параметров вычисляются коэффициенты потерь. Поэтому выбор рабочей модели метода имеет принципиальное значение.

В сравнении с конечно-разностными методами численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (такими как метод Эйлера, метод Рунге–Кутты и др.), основанными на предварительно известной физической модели системы, диссертационный метод является «модельно-независимым»: он позволяет с высокой точностью идентифицировать колебательные системы любой физической природы, при условии корректного выбора порядка модели. Таким образом, подход обладает универсальностью применения — особенно в ситуациях,

когда аналитическая форма уравнений системы неизвестна или трудна для построения.

Универсальность предлагаемого метода и разработанный в диссертации энергетический критерий *ЕС* адекватности ARMA-модели позволяют более эффективно работать с известной проблемой выбора порядка модели, имеющейся в классическом модальном анализе: в классическом подходе число мод заранее неизвестно, а интерпретация каждого слагаемого в модели может быть неоднозначной, особенно в случае близкорасположенных или сильнозатухающих мод колебаний. В то же время, ARMA-подход, благодаря своей структуре, аналогичной конечно-разностной форме, удобно формализуется (определение параметров ARMA-модели сводится к системам линейных уравнений и не требует программной модификации алгоритма при изменении числа мод) и просто реализуется в вычислительных алгоритмах, что обеспечивает широкую практическую применимость такого подхода.

Кроме того, в отличие от классического модального анализа, метод диссертации, в общем случае, не требует построения спектра отклика системы для извлечения модальных параметров. Это позволяет исключить ошибки, связанные с оценкой спектра и влиянием оконных преобразований, а также делает метод устойчивым к шуму и ограниченному объёму данных, что делает метод еще и экономичным, и, как следствие, пригодным к задачам, где требуется идентификация в режиме реального времени.

Новые положения, а именно критерий *ЕС* и применение ARMA-модели в качестве рабочей модели с учетом ее свойств делают предлагаемый в диссертации метод довольно простой и быстрой универсальной процедурой, удобной при проектировании эффективных звукопоглотителей, где требуются многократные измерения коэффициента потерь.

В приводимый ниже список новых результатов работы включен также теоретический результат, устанавливающий однозначную связь между ARMA-моделями и известными непрерывными моделями системы с N степенями свободы. Он устанавливает аналитическую связь между коэффициентами конечно-разностных уравнений и коэффициентами эквивалентных дифференциальных уравнений, позволяя строить дискретные модели по известным непрерывным моделям и наоборот. Этот результат имеет общезначение и может быть полезен не только в механике и акустике, но и, например, в электродинамике.

В рамках поставленной цели решались следующие **задачи**.

1. Разработка и научное обоснование экспериментального метода определения потерь в сильно демпфированных сложных колебательных системах инженерного типа.

2. Нахождение связи между непрерывными и дискретными уравнениями (моделей типа ARMA) для колебательных систем и поиск простого метода построения модели по экспериментальным данным.

3. Создание критерия адекватности ARMA-моделей для определения их порядка и контроля точности.

4. Разработка комплекса программ для проведения численных и лабораторных экспериментов.

Научная новизна

Научная новизна работы состоит в следующем.

1. Предложен энергетический критерий адекватности ARMA-моделей колебательных систем.

2. Предложен метод построения адекватных ARMA-моделей произвольных линейных колебательных систем механики и акустики по данным измерения их вынужденных колебаний.

3. На основе дискретно-временных моделей типа ARMA разработан (предложен, научно обоснован, исследован на свойства, экспериментально проверен) универсальный экспериментальный метод определения коэффициента потерь энергии, применимый к линейным механическим и акустическим системам произвольной сложности, включая метаматериалы.

4. Найдены аналитические связи между параметрами непрерывных и дискретных моделей колебательных систем, позволяющие строить ARMA-модели по известным непрерывным, например, КЭ-моделям и наоборот.

5. Разработан комплекс программ в среде MATLAB для проведения численных и лабораторных экспериментов.

Практическая значимость

1. Измерение коэффициента потерь сложных инженерных конструкций позволяет проводить уточненные расчеты их шума и вибраций, прочности и долговечности, прогнозировать ресурс.

2. Измерение точных значений коэффициента потерь метаматериальных поглотителей используется для проектирования новых эффективных методов борьбы с шумом и вибрацией в изделиях ракетно-космической техники и самолетостроения.

Положения, выносимые на защиту

1. Энергетический критерий адекватности ARMA-моделей.

2. Новый эффективный метод экспериментального определения коэффициента потерь колебательных систем инженерного типа.

3. Аналитические связи между классическими непрерывными механическими и акустическими моделями колебательных систем и дискретными ARMA-моделями.

4. Уникальные свойства предложенного метода измерения потерь (универсальность, широкая область применимости, максимально возможный динамический диапазон измерения, высокая точность, простота, экономичность), выявленные в процессе проведения численных и лабораторных экспериментов.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования в диссертационной работе являются сложные инженерные колебательные системы типа машин, механизмов, инженерных конструкций, различных структур. *Предметом исследования* является коэффициент потерь объекта и методы его экспериментального измерения.

Методология исследования

Для расчета колебаний систем использовалось непрерывное и дискретное моделирование систем, аналитические методы и численные расчеты в среде MATLAB. При проведении лабораторных экспериментов использовалась стандартная акустическая аппаратура и стандартные методы обработки данных.

Достоверность и обоснованность результатов, представленных в диссертации результатов подтверждены численной и экспериментальной проверкой и соответствием результатам других авторов.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 печатных изданиях, в том числе в 3 статьях, индексируемых в WoS.

Апробация работы

Результаты исследований, представленные в диссертации, докладывались на 12-ти Всероссийских и международных конференциях: на XXXII, XXXIV, XXXV и XXXVI Российского акустического общества (г. Москва, 14-18 октября 2019, 14–18 февраля 2022 г., 13–17 февраля 2023 г., 21-25 октября 2024 г.), на III Всероссийской акустической конференции (г. Санкт-Петербург, 21-25 сентября 2020), на Всероссийском Аэроакустическом Форуме (г. Геленджик, 20-25 сентября 2021), на международных научно-технических конференциях «Динамика и виброакустика машин» ДВМ`2022 и ДВМ`2024 (г. Самара, 21-23 сентября 2022, 4-6 сентября 2024), на международной научной конференции «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященной 85-летию ИМАШ РАН. (г. Москва, 23 ноября 2023), на XX Научно-технической конференции по аэроакустике (г. Суздаль, 24-29 сентября 2023), на международной 51 школе-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Д.А. Индейцева (г. Великий Новгород, 19-21 июня 2024), на международной 52 школе-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Н.Ф. Морозова (г. Санкт-Петербург, 23-27 июня 2025)

и обсуждались на научных семинарах в научном отделе «Теоретической и прикладной акустики» ИМАШ РАН.

Метод был успешно апробирован при анализе результатов натурных вибромеханических испытаний конструкции научного прибора «БТН-М2», разработанного ИКИ РАН [44] для эксперимента на Российском Сегменте МКС, который успешно прошел летные испытания и в настоящее время работает в эксперименте «БТН-Нейтрон» на станции.

Личный вклад автора

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором либо при его участии. Полученные результаты обсуждались совместно с научным руководителем. Автором лично продумывались и планировались описанные в работе численные и лабораторные эксперименты, выполняемые далее либо самостоятельно автором, либо совместно с сотрудниками лаборатории. Автором разработан комплекс программ для проведения численных и лабораторных экспериментов, а также для обработки полученных результатов. Автор принимал участие в написании оригинального текста публикаций по представленным в данной диссертации результатам.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти оригинальных глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Каждая глава включает в себя краткое введение в рамках поставленной задачи, оригинальную часть и выводы. Работа содержит 109 страниц, включает 24 рисунка и 101 библиографическую ссылку.

Общая характеристика работы.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой решена научная задача, имеющая значение для научного направления «Механика и машиностроение» отрасли Технические науки в части создания новых методов решения проблемы снижения шума и вибраций машин и конструкций.

Разработанный в диссертации новый метод измерения коэффициента потерь необходим для более точного моделирования и прогнозирования виброакустических процессов машин и оборудования и для проектирования эффективных звуко- и вибропоглотителей из метаматериалов для применения в ракетно-космической технике и самолетостроении.

Диссертация соответствует следующим разделам научных исследований паспорта научной специальности 1.1.7. «Теоретическая механика, динамика машин».

п.3. Теория колебаний механических систем.

п.5. Управление движением, наблюдаемость и *идентификация механических систем.*

п.13. Динамика систем, состоящих из абсолютно твердых и деформируемых тел, в том числе машин, приборов и конструкций.

п.14. *Математическое и компьютерное моделирование кинематики и динамики механических систем*, в том числе машин, приборов и их элементов *при динамических, статических, тепловых и других видах воздействий*.

п.15. Экспериментальное исследование динамики систем тел, в том числе летательных аппаратов, машин, приборов и конструкций (только технические науки).

Содержание диссертации

Во **Введении** к диссертационной работе обосновывается актуальность, новизна и практическая значимость исследуемой проблемы, сформулированы цели и задачи работы.

В **главе 1** приведен краткий обзор существующих методов экспериментального определения коэффициента потерь линейных колебательных систем.

Методов определения потерь много. Они отличаются используемыми моделями систем, особенностями возбуждения их колебаний, а также тем, какие характеристики колебаний измеряются, и алгоритмами их обработки. Помимо этого, поскольку при построении модальной модели по экспериментальным данным приходится иметь дело с двумя пока нерешенными в общем виде математическими проблемами (это проблема порядка и проблема решения систем нелинейных уравнений), то методы также различаются типом упрощающих предположений, позволяющих обходить эти проблемы. По этим причинам практически все известные сегодня экспериментальные методы определения потерь имеют ограничения и носят частный характер.

В §1.1 приведено описание распространенного эффективного параметра, характеризующего потери в сложных колебательных системах. Речь о *коэффициенте потерь* η . Он зависит от частоты и определяется как отношение энергии колебаний, поглощенной за один период, к средней по времени общей энергии системы (кинетической + потенциальной),

$$\eta(\omega) = \frac{\Phi}{\omega E}.$$

Как функция частоты он принимает максимальное значение на резонансных частотах системы. А так как во время резонансов инерционные и упругие компоненты системы взаимно компенсируют друг друга, то колебания на этих частотах, в том числе амплитуды резонансных колебаний, полностью определяются именно максимальными значениями коэффициента потерь. В параграфе показано, какую роль коэффициент потерь играет в рамках т.н. модальных моделей, которые

являются важной частью обширного раздела современной науки под названием *Экспериментальный модальный анализ* или, сокращенно, ЭМА.

Методы ЭМА разделяются на две группы, характеризующиеся измерениями во временной области и в частотной области. Во временной области обычно исследуются свободные колебания систем, возбуждаемые ударным воздействием или начальными условиями. В §1.2 приведено описание таких методов и подходов.

В §1.3 приводится описание методов ЭМА в частотной области, которые гораздо чаще применяются на практике. В этом случае используются вынужденные колебания систем, а в качестве экспериментальных данных регистрируются и используются *частотные характеристики откликов* (Frequency Response Functions – FRF).

В §1.4 более подробно рассматриваются подходы в экспериментальном модальном анализе, например, *curve fitting*, методы, используемые на практике, *peak picking method*, а также иные подходы и алгоритмы.

В §1.5 затрагивается вопрос точности упомянутых методов модального анализа, а также «проблема порядка модели». Проблема порядка состоит в том, что для построения модальной модели, т.е. для определения значений всех модальных параметров по данным измерения, необходимо *заранее* знать число мод или общее число модальных параметров исследуемой системы, т.е. порядок ее модели. Если порядок модели меньше требуемого значения, например, при описании одномодовой модели системы с двумя модами, потери такой модели в общем случае не имеют ничего общего с потерями реальной системы. Наоборот, если порядок модели превышает порядок системы, часть мод модели обычно оказываются ложными. Отделение ложных мод от истинных – непростая задача, требующая дополнительных измерений и вычислений. Следует отметить, что проблема порядка моделей имеет место не только в модальном анализе линейных колебательных систем, но и при построении параметрических моделей практически всех известных динамических систем. Для определения порядка предложено множество методов и критериев адекватности моделей, в частности, в данной диссертации предложен энергетический критерий адекватности моделей, наиболее точно отвечающий требованиям и особенностям задач акустики и теории колебаний.

Выводы к главе 1 сформулированы в § **Заключении Главы 1**, из которых следует, что существующие экспериментальные методы определения потерь носят частный характер и применимы для несильно демпфированных колебательных систем и что для решения задач снижения шума и вибраций на современном уровне необходима разработка более общих универсальных методов.

Глава 2 посвящена предварительному исследованию временных рядов, т.е. функций дискретного времени, и получению для них некоторых новых результатов, необходимых для обоснования приводимого в диссертации метода. Основное внимание в этой главе уделено установлению аналитической связи между

известными непрерывными колебательными моделями и дискретными ARMA-моделями (авторегрессионными моделями скользящего среднего, AutoRegressive Moving Average models), которые позволяют легко строить дискретные модели по непрерывным и наоборот.

В §2.1 представлены общие сведения о дискретных моделях и временных рядах, основное внимание уделено ARMA-модели.

В §2.2 на примере классической непрерывно временной модели произвольной линейной колебательной системы с одной степенью свободы (рис. 1) установлена аналитическая связь между непрерывной колебательной моделью и дискретной ARMA-моделью.

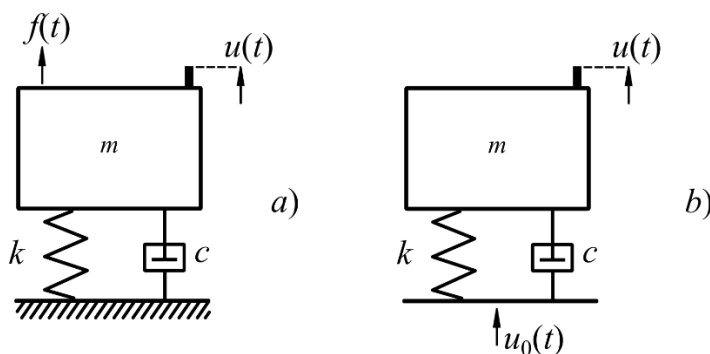


Рис. 1. Общая механическая модель колебательной системы с одной степенью свободы при (a) силовом и (b) кинематическом внешнем воздействии.

Для установления этого соответствия в параграфе приведены необходимые свойства для описания простейшего осциллятора, включая *импульсную передаточную функцию* $h(t)$ и *частотную характеристику системы* $H(\omega)$ (frequency response function или FRF).

Идея установления аналитической связи состоит в том, чтобы для дискретного и непрерывного описания их импульсные передаточные функции $h(t)$ в дискретные моменты времени $t = nT$ (где n – целое число, T – интервал дискретизации, равный обратному значению частоты дискретизации) совпадали.

В параграфе было установлено, что временные ряды импульсной передаточной функции для непрерывного случая удовлетворяют одному и тому же конечно-разностному ARMA-уравнению. Произвольные вынужденные колебания осциллятора в дискретной постановке вычисляются по его импульсным передаточным функциям с помощью дискретной конволюции с функциями возбуждения.

Показано, что в общем случае дискретизация приводит к периодическому расширению спектров сигналов. Отмечена фундаментальная роль теоремы Котельникова [42] и z -преобразования в спектральном анализе дискретных систем.

В §2.3 приведенные выше результаты распространены на случай линейных колебательных систем с N степенями свободы. В параграфе рассмотрены две наиболее распространенные модели – SS-модель (State Space model) и модель черного ящика (фильтр с одним входом и одним выходом).

Выводы к главе 2 сформулированы в § **Результатах Главы 2**.

В **главе 3** приведены теоретическое обоснование и описание основных положений разработанного экспериментального метода определения коэффициента потерь колебательных систем. Он основан на построении по данным измерений рабочей математической модели системы и на последующем вычислении ее коэффициентов потерь и собственных частот по найденным модельным параметрам. Как и в других методах, например, в экспериментальном модальном анализе, потери здесь определяются только на собственных частотах, т.е. находятся только их максимальные значения. Параллельно вычисляются собственные частоты системы без потерь.

В §3.1 доказано, что задача экспериментального определения потерь может быть сведена к построению ARMA-модели как в общем случае, так и в случае, когда рассматривается неполная модель системы в ограниченном частотном диапазоне. В работе используется простейший (скалярный) вариант ARMA-модели

$$u[n] + \sum_{p=1}^P a_p u[n-p] = \sum_{q=0}^{Q-1} b_q w[n-q],$$

где $u[n]$ – подлежащая определению скалярная величина, например, смещение на выходе системы; $w[n]$ – заданное входное воздействие, силовое или кинематическое; квадратные скобки указывают на принадлежность временному ряду, т.е. на значение функций u и w в дискретные моменты времени $t = nT$, где T – интервал дискретизации, например, $u[n] = u(nT)$; n, p, q, P и Q – целые числа. Коэффициенты a_p и b_q являются параметрами модели, а пара чисел (P, Q) является *порядком модели*.

В §3.2 приводится описание энергетического критерия EC для адекватной оценки порядка ARMA-модели. Энергетический критерий адекватности моделей EC был предложен в работе [A1] для решения «проблемы порядка» в акустических задачах. В отличие от большинства существующих аналогичных критериев, например, критерия Акаике AIC , критерия Байеса BIC и других, основанных на оценке количества информации в сигналах или на прогностической способности моделей, критерий EC оценивает адекватность модели по близости мощности ее колебаний к мощности колебаний моделируемой системы. Аналитически он записывается как

$$EC = \frac{\int |\text{PSD}_{\text{system}} - \text{PSD}_{\text{model}}| d\omega}{\int \text{PSD}_{\text{system}} d\omega}$$

где PSD – это спектральная плотность мощности (Power Spectral Density).

Как показал опыт работы с этим критерием, чем меньше значение EC для данной ARMA-модели, т.е. чем лучше она аппроксимирует мощность колебаний

системы, тем, как правило, точнее предлагаемый метод измеряет собственные частоты и модальные коэффициенты потерь.

В качестве примера на рис. 2 изображен типичный график критерия EC для одной из линейных систем с тремя степенями свободы, построенный для различных значений порядка (P, Q) ее ARMA-модели: на рис. 2а для большого числа возможных порядков, чтобы проиллюстрировать общие свойства критерия, а на рис. 2б для небольшого их числа, близких к теоретическому значению, полученному в главе 2, и равному $P = Q = 2N$, где N – число степеней свободы, для удобства выбора одного (оптимального) значения порядка.

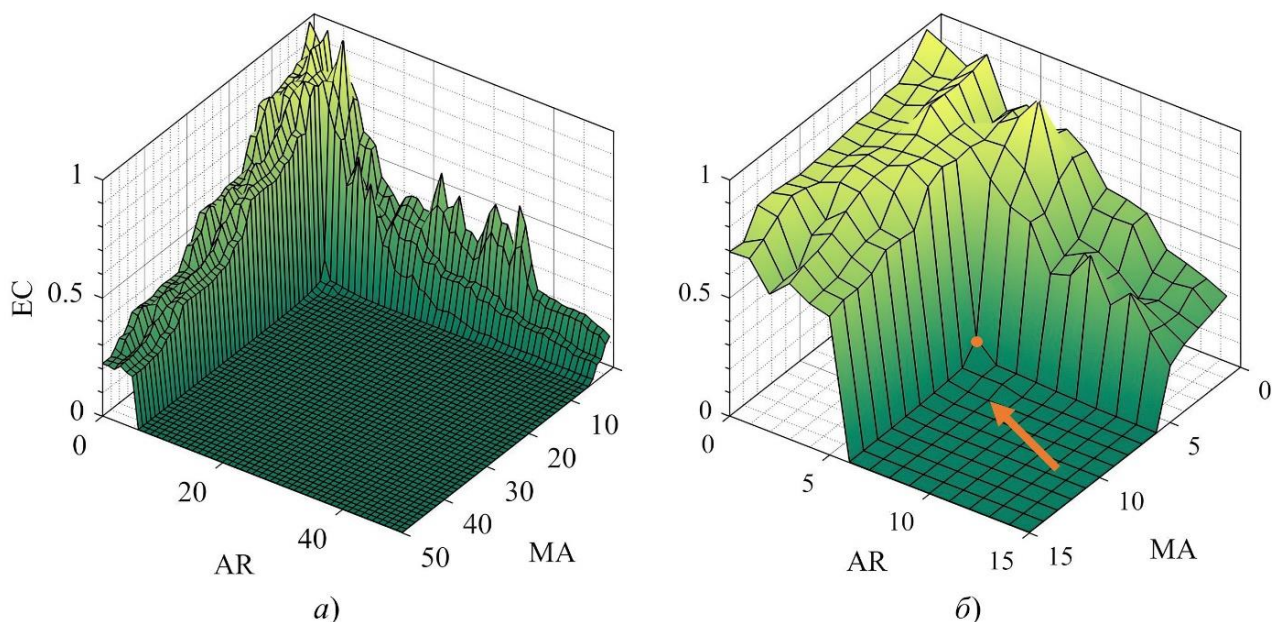


Рис. 2. Графики энергетического критерия (а) для больших значений порядка модели и (б) в окрестности теоретического значения, отмеченного точкой. Стрелкой указано оптимальное значение модели.

Как видно из рис. 2, EC имеет большие значения близкие к единице при малых значениях порядка P и Q , не превышающих теоретическое значение. При увеличении порядка значение EC сначала резко уменьшается в районе значений теоретического значения, а затем выходит на широкое плато с постоянным значением $EC = 0.0031$, равным абсолютной ошибке вычисления EC , определяемой в основном точностью вычисления PSD. На рис. 2 можно также видеть тенденцию к монотонному убыванию EC , когда один из показателей порядка P или Q увеличивается, а другой остается постоянным.

На рис. 2 также хорошо видно, что теоретическое значение порядка не является наилучшим, т.к. $EC(6, 6) = 0.107$, что значительно превышает значение EC на плато и, как следствие, ошибка определения коэффициента потерь здесь оказывается сравнительно большой, в среднем $\sim 20\%$. Оптимальным значением порядка модели в этом и подобных случаях предлагается считать порядок, который лежит на плато в непосредственной близости к теоретическому значению. В данном

случае был выбран порядок (8, 8). Для него критерий равен $EC(8, 8) = 0.0031$, а ошибка определения коэффициентов потерь снизилась до 0.1 %.

После того, как выбран *рабочий диапазон* (РД) частот и определен необходимый порядок ARMA-модели, требуется найти ее параметры, т.е. коэффициенты a_p , b_q , используя данные экспериментальных измерений. В §3.3 показан процесс построения ARMA модели по данным измерения, а также приводится описание проведения эксперимента.

В §3.4 приведен метод вычисления собственных частот и коэффициентов потерь исследуемой колебательной системы по построенной ARMA-модели в два этапа: 1) нахождение решения однородного конечно-разностного уравнения, т.е. определение z -спектра свободных колебаний системы, а затем, 2) вычисление комплексных собственных частот Фурье системы и, соответственно, ее коэффициентов потерь.

В параграфе §3.5 описан алгоритм нахождения спектральной плотности мощности с помощью параметров ARMA-модели.

Выводы к главе 3 сформулированы в § **Заключении Главы 3**, в которых отмечена новизна и законченность предложенного нового метода измерения потерь.

В **главе 4** приведены результаты исследования некоторых ключевых свойств предложенного метода, касающихся различных аспектов его области применимости и точности. Исследование проведено в нескольких численных экспериментах, проведенных на простых колебательных системах, для которых были заданы их модальные модели. По этим моделям были сконструированы искусственные входные и выходные «экспериментальные» случайные сигналы, по которым изложенным методом были построены ARMA-модели и определены модальные параметры – частоты и коэффициенты потерь систем. По результатам сравнения этих параметров с первоначально заданными (точными) их значениями сделаны выводы о наличии того или иного свойства метода. Все численные эксперименты проводились в среде Matlab.

Особенности построения искусственных сигналов описаны в §4.1.

В §4.2 представлено описание численного эксперимента №1, целью которого была демонстрация широкой области применимости, т.е. возможности предлагаемым методом измерять с высокой точностью:

- любое допустимое значение коэффициента потерь ($0 < \eta < 2$),
- при любом возбуждении – *силовом* или *кинематическом*,
- при любом измеряемом отклике системы – *смещении*, *скорости* или *ускорении*.

В эксперименте использовался механический осциллятор с материальными параметрами $\{m, c, k\}$ и модальными параметрами $\{\omega_0, \eta\}$, где $\omega_0 = 2\pi f_0 = (k / m)^{1/2}$, $f_0 = 500$ Гц – собственная частота недемпфированного осциллятора и $\eta = c / m\omega_0$ – максимальный коэффициент потерь, принимающий в эксперименте три значения η

= 0.1; 1.0; 1.9, характеризующие весь возможный динамический диапазон. Осциллятор возбуждался случайной силой $F(t)$ с постоянной спектральной плотностью мощности $\text{PSD}[F(t)] = \text{const} [\text{H}^2 / \text{Гц}]$ в рабочем диапазоне частот 20 – 2000 Гц.

Рассмотрены случаи, когда откликом осциллятора является *смещение* $u(t)$, *скорость* $v(t)$, *ускорение* $a(t)$ и соответствующие модальные частотные характеристики:

$$u(t): H_u(\omega) = \frac{A_u}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\omega_0\eta_0}.$$

$$v(t): H_v(\omega) = i\omega H_u(\omega).$$

$$a(t): H_a(\omega) = -\omega^2 H_u(\omega).$$

По этим характеристикам для каждого из трех заданных значений коэффициента потерь были построены входной и выходной сигналы, которые далее использовались как «данные измерения». Они были представлены в дискретном виде с частотой дискретизации $F_s = 6.4$ кГц. Затем по этим данным были построены графики энергетического критерия, выбраны по ним необходимые порядки дискретных моделей и с помощью описанного в диссертации алгоритма построены ARMA-модели. Адекватность этих моделей проверялась по значению энергетического критерия и по близости форм графиков спектральных плотностей мощности «реального» и модельных выходных сигналов. Наконец, по ARMA-моделям были найдены искомые модальные параметры – собственные частоты недемпфированных систем и их максимальные коэффициенты потерь.

Аналогичное исследование было проведено для кинематического возбуждения $H_k(\omega)$:

$$H_k(\omega) = A_k \frac{\omega_0^2 + i\omega\omega_0\eta_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\omega_0\eta_0}.$$

В качестве примера полученные графики энергетического критерия для случая отклика по *скорости* представлены на рис. 3, близость форм графиков спектральных плотностей мощности “реального” и модельных выходных сигналов изображены на рис. 4, где эти кривые практически неразличимы. Найденные искомые модальные параметры (собственные частоты недемпфированных систем и их максимальные коэффициенты потерь) приведены в табл. 1 вместе со значениями ошибок. Аналогичные результаты исследования были приведены для всех остальных случаев, все они описаны в §4.2. Как следует из результатов проведенного численного эксперимента №1, во всех исследованных случаях точность работы предложенного метода была не хуже 1%. Метод, таким образом, одинаково эффективен применительно как к слабо, так и к сильно демпфированным

колебательным системам, причем независимо от того, как возбуждается исследуемая система и какой ее отклик используется для измерения.

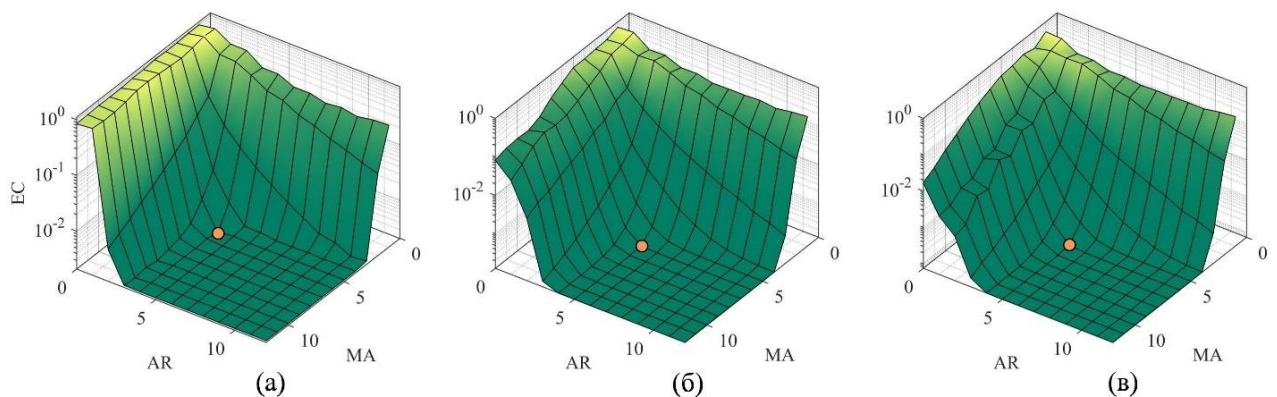


Рис. 3. Графики энергетического критерия EC для отклика *скорости* механического осциллятора с модальной частотой $f_0 = 500$ Гц и тремя значениями коэффициента потерь: а) $\eta = 0.1$, б) $\eta = 1.0$, в) $\eta = 1.9$. Точками обозначены оптимальные значения порядка ARMA-моделей.

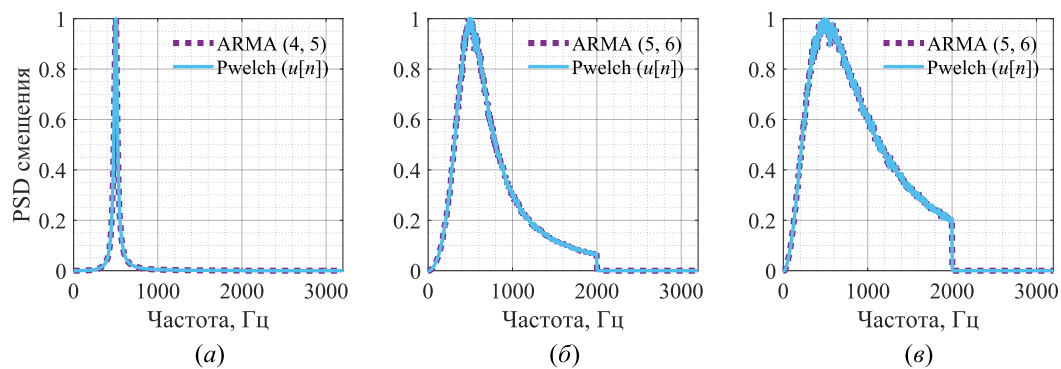


Рис. 4. Спектральная плотность мощности (PSD), вычисленная методом Pwelch, *скорости* механического осциллятора с модальными параметрами как на рис. 3. Пунктирные линии соответствуют спектру на выходе ARMA-модели.

Таблица 1 – Точность измерения модальных параметров предложенным методом при использовании *скорости* в качестве отклика

Заданные модальные параметры	Параметры, измеренные предложенным методом, и их ошибки		Значение энергетического критерия и порядок ARMA-модели: EC (AR, MA)
	f_0 , Гц η , б/р	$\Delta f_0 / f_0$, % $\Delta \eta / \eta$, %	
Образец 1 $f_0 = 500$ Гц; $\eta = 0.1$	500.0 0.100	0.002 0.076	0.002 (4, 5)
Образец 2 $f_0 = 500$ Гц; $\eta = 1.0$	500.0 1.000	0.018 0.001	0.0001 (5, 6)
Образец 3 $f_0 = 500$ Гц; $\eta = 1.9$	500.2 1.901	0.040 0.029	0.0001 (5, 6)

В §4.3 описан численный эксперимент №2, целью которого была демонстрация способности метода разделять близкие собственные частоты. В эксперименте рассмотрена система с двумя степенями свободы, возбуждаемая силой, и ее отклик в виде смещения. Модальная модель системы состояла из двух мод. Положено, что обе моды имеют одинаковый коэффициент потерь η , первая мода имеет фиксированную частоту $f_1 = 1$ кГц, а частота второй моды f_2 может принимать различные значения. Как и в численном эксперименте №1, по этой модели строились входные и выходные случайные сигналы, по ним с помощью предложенного метода находились ARMA-модели, модальные параметры и допущенные при этом ошибки. Исследовалась связь между величиной этих ошибок и разностью $\Delta f = f_1 - f_2$ собственных частот, а также определялась минимальная разность частот $\Delta f_{\min}$, ниже которой предлагаемый метод не может уверенно различать близкие собственные частоты и, соответственно, не может определять нужные коэффициенты потерь.

Как главный результат численного эксперимента №2 на рис. 5а представлен график зависимости минимальной разности частот $\Delta f_{\min}$ от коэффициента потерь η . Под минимальной разностью $\Delta f_{\min}$ здесь было принято такое Δf , выше которого максимальная ошибка определения η предложенным методом не превышает 5%. Из рис. 5 видно, что эта разность мала и сильно зависит от потерь.

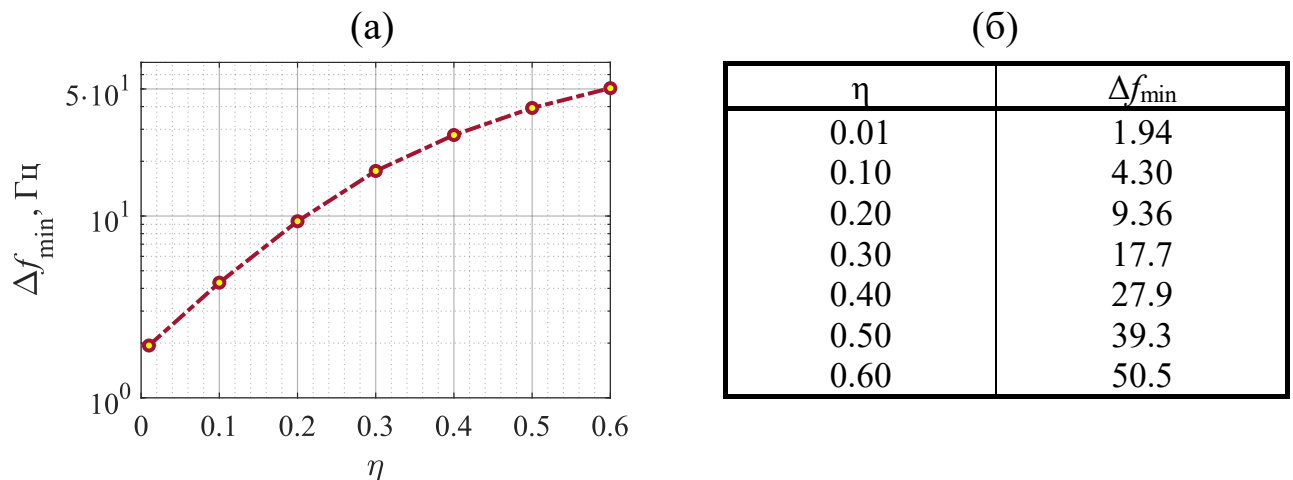


Рис. 5. Предельная разрешимость близких собственных частот $\Delta f_{\min}$ как функция коэффициента потерь η (а) и табличное представление графика (б).

Интересным результатом является также то, как выглядит спектр колебаний рассматриваемой системы, который соответствует минимальной разности $\Delta f_{\min}$ ее собственных частот. Возьмем, например, точку на графике рис. 5, отвечающую коэффициенту потерь $\eta = 0.1$. Величина соответственной минимальной разности частот здесь равна $\Delta f_{\min} = 4.3$ Гц, а ширина каждого из двух модальных пиков в спектре выходного сигнала составляет $100 \text{ Гц} = \eta \times 1 \text{ кГц}$. Сумма этих пиков, отстоящих друг от друга на 4.3 Гц, показана на рис. 6а. Визуально невозможно определить по этому графику, что он состоит из двух отдельных пиков. Тем не менее, метод их различает с ошибкой не хуже 5%. Для сравнения на рис. 6б показана

сумма этих резонансных пиков, отстоящих друг от друга на 60 Гц, т.е. в ~ 15 раз дальше. Визуально только здесь становится заметным двойной максимум, а метод различает моды с ошибкой менее 1 %.

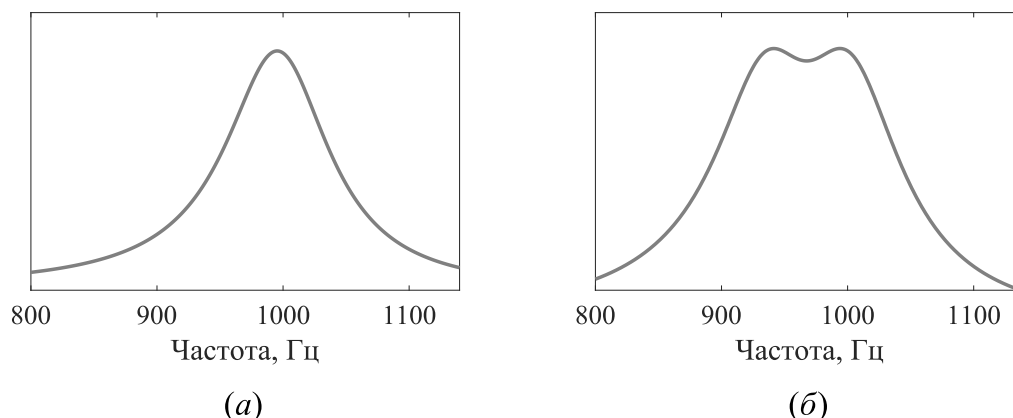


Рис. 6. Спектр (PSD) двух накладывающихся резонансных пиков при разности собственных частот, равной а) $\Delta f_{\min} = 4.3$ Гц и б) $\Delta f = 60$ Гц.

Таким образом, в численном эксперименте №2 на конкретном примере показано, что предлагаемый метод хорошо разделяет и измеряет близкие собственные частоты, отстоящие на величину $\Delta f_{\min}$, малую ($< 5\%$) по сравнению с шириной накладывающихся друг на друга резонансных пиков. Справедливость этого результата была проверена и на других конкретных примерах. Столь высокая разрешающая способность метода является, вероятно, следствием применения ARMA-моделей и потому имеет общий характер.

В §4.4 представлен численный эксперимент №3, в котором использовалась *частотная декомпозиция*, то есть разбиение широкого частотного диапазона на ряд более узких поддиапазонов и применение метода к каждому поддиапазону независимо.

В эксперименте №3 рассматривалась колебательная система с пятью модами, имеющими модальные собственные частоты $f_1 = 500, f_2 = 600, f_3 = 700, f_4 = 800$ и $f_5 = 900$ Гц, и одинаковые коэффициенты потерь $\eta_{1-5} = 0.1$. Было выбрано пять рабочих диапазонов (РД) частот:

- РД1 = 300-525 Гц, в который входит только первая мода,
- РД2 = 300-630 Гц с двумя первыми модами,
- РД3 = 300-735 Гц с тремя модами,
- РД4 = 300-850 Гц с четырьмя модами,
- РД5 = 300-1000 Гц с пятью модами.

Соответственно, было проведено пять независимых численных экспериментов с каждым из этих диапазонов. Как и в предыдущих экспериментах, для каждой их модальной модели были построены входной и выходной сигналы, по которым предлагаемым методом были найдены собственные частоты и коэффициенты потерь и посчитаны ошибки метода. При этом первая мода системы

измерялась в пяти экспериментах с различными рабочими диапазонами частот, вторая мода – в четырех экспериментах, и т.д. Основным результатом численного эксперимента 3 следующий: во всех пяти экспериментах ошибка определения собственных частот и коэффициентов потерь всех мод была примерно одной и той же, не превышающей четыре процента. Иначе говоря, было показано, что точность предложенного метода не сильно зависит от ширины рабочего диапазона частот, и, соответственно, от применения частотной декомпозиции.

Помимо отмеченных выше ключевых свойств предложенного метода, в §4.5 были выполнены и другие численные эксперименты, имеющие в качестве цели выяснение влияния различных параметров на точность определения потерь, а также сравнение с другими методами.

В одном из них представлен результат сравнения предлагаемого метода с классическим методом *peak picking method* (PPM), измеряющего коэффициент потерь по ширине резонансной кривой на плоскости $\{\eta, \Delta f\}$, из которого ясно, что область применимости у предложенного метода значительно шире, чем у классического метода.

Также был проведен эксперимент, в котором показаны границы применимости предложенного метода на плоскости (η_0, F_s) . Эксперимент показал, что метод применим к колебательным системам практически с любым демпфированием, включая закритические ($\eta_0 > 2$) и отрицательные ($\eta_0 < 0$) значения коэффициента потерь. Закритические значения относятся к вязким неколебательным системам, а отрицательные – к активным системам. Для более детального изучения этих систем предлагаемым методом требуются дополнительные исследования вне данной диссертации.

Выводы к главе 4 сформулированы в § **Заключении к Главе 4**.

В **главе 5** приведена экспериментальная проверка метода. Для нее было проведено три типа лабораторных экспериментов. Первый был проведен на двух простейших колебательных системах с одной степенью свободы для концептуальной проверки применимости метода. Эксперименты второго и третьего типа были проведены уже на сложных системах со многими степенями свободы (на лабораторной установке ИМАШ РАН и одном из российских космических приборов).

В §5.1 описаны эксперименты на простейших колебательных системах, которые проводились на вибрационной установке, состоящей из электродинамического вибростенда и его системы управления. Функциональная схема установки представлена на рис. 7.



Рис. 7. Функциональная схема экспериментальной установки.

Исполнительным элементом виброустановки являлся электродинамический вибростенд, на рабочем столе которого закрепляется оснастка с исследуемым образцом. Система управления вибростендом представляла собой программно-аппаратный комплекс, реализованный на основе персонального компьютера. Аппаратная часть комплекса содержит два акселерометра V&K Type 4393, блок согласования сигналов – усилитель NEXUS, устройство генерации и сбора динамических сигналов NI USB – 4431 и управляющий компьютер. Включение в состав системы управления устройства NI USB – 4431 позволяло использовать компьютер одновременно как для генерации, так и для регистрации сигналов. Специализированное программное обеспечение системы управления — это разработанный в среде MATLAB пакет программ для генерации, сбора, обработки и визуализации данных.

В экспериментах исследовались два образца в виде простейших механических колебательных систем-осцилляторов, отличающихся своей добротностью (рис. 8).

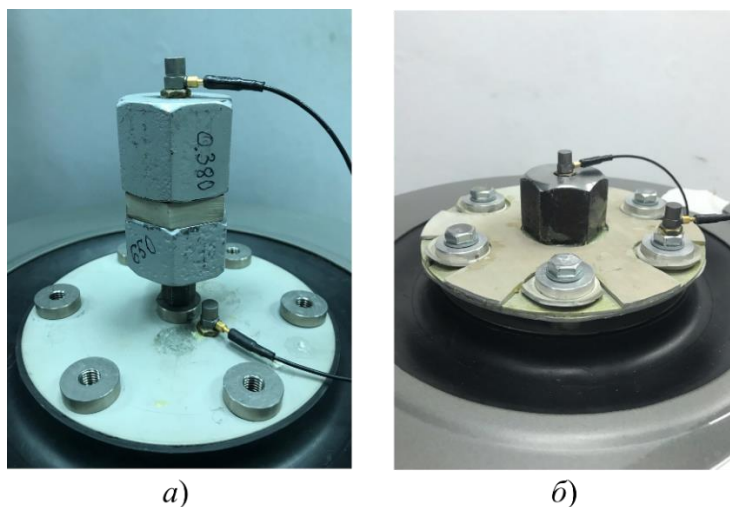


Рис. 8. Образец 1 (а) и образец 2 (б).

Образец 1 с низкой добротностью ($Q < 10$) состоял из слоя резины и массы (рис. 8а). Образец 2 ($Q > 40$) был выполнен в виде массы, закрепленной на специально спроектированной стальной задемпфированной пластине (рис. 8б). Два акселерометра измеряли ускорение массы осциллятора $a(t)$ и вибростола $a_0(t)$ – см. рис. 9. Задача состояла в определении по этим данным коэффициента потерь осцилляторов двумя методами – классическим и предложенным и в сравнении этих двух методов. Сравнение этих результатов с результатами, полученными классическим методом, показало, что разница между ними невелика (порядка одного процента). По точности результатов эти два метода, таким образом, сравнимы. Однако, по другим критериям – они отличаются значительно. Особенно, относительно времени измерения и объема необходимых данных измерения. Исследования классическими методами, связанные со спектральным анализом, требуют измерения длинных реализаций сигналов, в то время как для предлагаемого метода достаточно коротких реализаций. Например, в частотном диапазоне проведенного эксперимента для классического метода требовались записи сигналов продолжительностью в несколько минут, в то время как для предлагаемого метода достаточно было записей сигналов длиной в доли секунды.

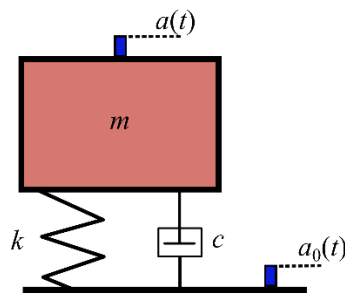


Рис. 9. Расчетная схема образца.

В §5.2 описан эксперимент, который проводился на лабораторной установке, созданной в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова (ИМАШ РАН) для исследования и тестирования метаматериальных структур, предназначенных для разработки новых эффективных звукопоглощающих покрытий (ЗП-покрытий), работающих в коротких волноводах в условиях скользящего распространения звука.

Основные технические характеристики установки ИМАШ РАН следующие: рабочий диапазон частот – 80...1500 Гц; работает при комнатных температурах без скоростного потока воздуха; поле давления в волноводе не превышает 140 дБ и описывается линейными уравнениями акустики. Принципиальная схема установки показана на рис. 10а, фото установки приведено на рис. 10б. Главная часть установки – волновод квадратного сечения с внутренними размерами сечения 200 × 200 мм и отношением длина/поперечный размер, равным 2.84. Волновод имеет твердые стенки. У правого (открытого) торца он содержит две секции длиной 200 мм каждая, в которых стенки состоят из открытых ячеек. В эти ячейки вставляются

съемные кассеты – твердые или выполненные из материала покрытия – каждая размером 200×200 мм, по четыре кассеты на секцию. Толщина кассеты может быть 50 мм или меньше.

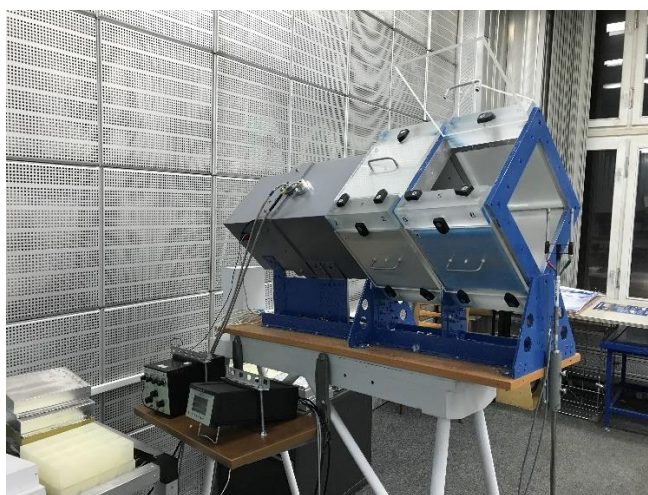
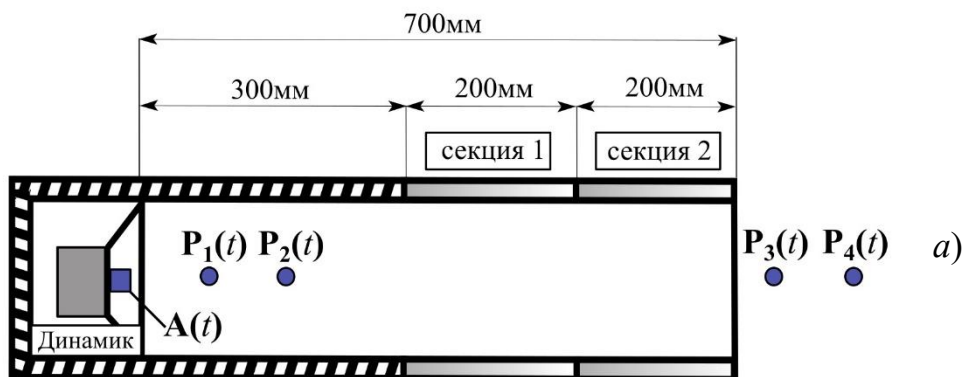


Рис. 10. Схема (а) и фото (б) лабораторной установки ИМАШ РАН.

Измерительная часть установки содержит две пары микрофонов P_1P_2 и P_3P_4 (показаны на рис. 10а), акселерометр А, устройство генерации и сбора динамических сигналов NI USB – 4431, компьютер и необходимые согласующие устройства (усилители, вольтметры, осциллографы и другие) – на схеме не показаны. Сигналы с микрофонов поступают на устройство сбора и далее в компьютер, где синхронно записываются для последующей обработки.

Сигналы с микрофона P_1 и акселерометра А считаются сигналом возбуждения $w[n]$, а сигнал с микрофона P_3 считается выходным сигналом $x[n]$. Таким образом, здесь возможно применить ARMA-метод и исследовать волновод.

Суть эксперимента заключалась в том, чтобы проверить принципиальную возможность применения разработанного метода к сложным акустическим системам. Для этого в установку были вставлены твердые кассеты, что имитирует волновод с твердыми стенками. Звуковое поле в волноводе создавалось

электродинамическим преобразователем (динамиком) на левом торце, который возбуждался случайными сигналами

Пример типичных результатов измерения предлагаемым методом приведены ниже на рис. 11 – рис. 12. Рабочий диапазон был выбран ниже 1 кГц, частота дискретизации равнялась 3200 Гц.

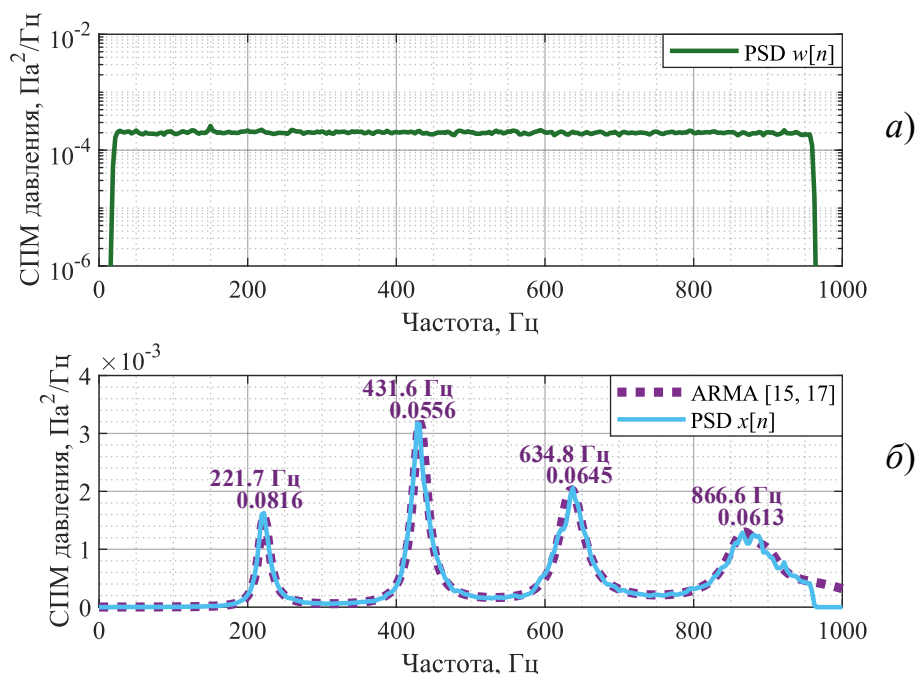


Рис. 11. Спектр силового возбуждения, измеренного микрофоном P_1 (а) и отклика установки, измеренного микрофоном P_3 (б). Пунктиром изображен спектр ARMA-модели. Числа около резонансных пиков равны значениям модальных параметров – частоты и коэффициента потерь, определенных предложенным методом.

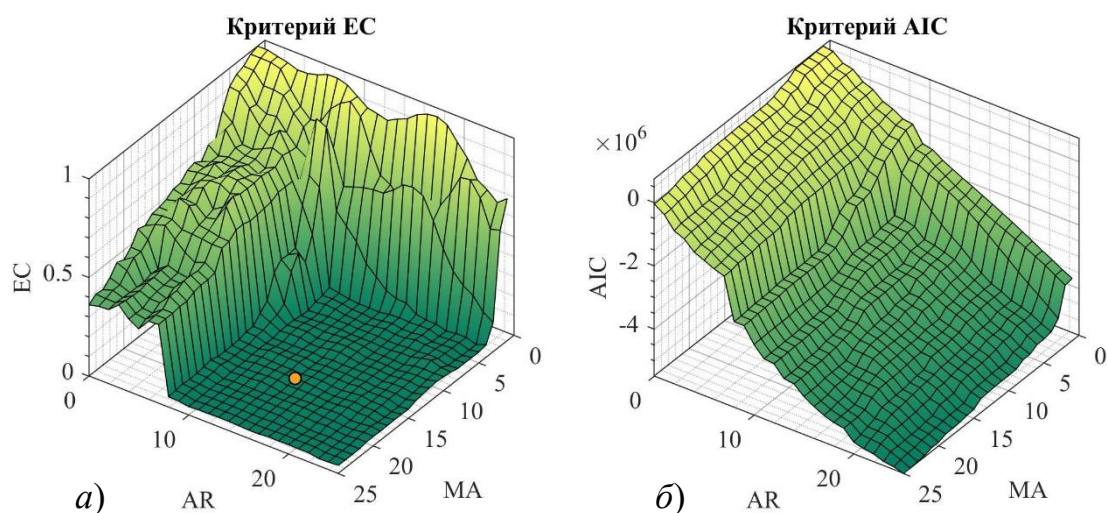


Рис. 12. Энергетический критерий (EC) адекватности ARMA-модели (а) и информационный критерий Акаике [43] (б), построенные для измеренных сигналов P_1 – P_3 .

Рис. 11 и рис. 12 соответствуют силовому возбуждению. В этом случае в качестве входного (возбуждающего) сигнала $w[n]$ использовалось давление, измеренное микрофоном P_1 и представляющего собой случайный сигнал с

равномерным спектром в рабочей полосе частот (рис. 11а). На рис. 11б представлен спектр отклика установки в виде давления, измеренного у правого торца микрофоном Р₃. По этим двум сигналам, используя энергетический критерий ЕС, изображенный на рис. 12а, была построена ARMA-модель установки, а по ней найдены ее модальные параметры (частоты недемпфированной установки и соответствующие коэффициенты потерь, которые написаны на рис. 11б поверх резонансных пиков). На этом же рисунке пунктиром нанесен спектр колебаний ARMA-модели, который в данном случае практически не отличается от спектра измеренного сигнала отклика. Для сравнения с предложенным в диссертации энергетическим критерием адекватности ARMA-модели на рис. 12б приведен информационный критерий Акаике [43], наиболее часто используемый в литературе. Как ясно из сравнения критериев, АИС, несмотря на его популярность, для данной задачи мало полезен при выборе оптимального порядка ARMA-модели.

В диссертации также приведены аналогичные результаты для кинематического возбуждения. В этом случае в качестве возбуждающего сигнала $w[i]$ использовался случайный сигнал ускорения, измеренный акселерометром А на динамике в левом торце установки – см. схему на рис. 10а.

В конце §5.2 приводится сравнение найденных значений модальных собственных частот и коэффициентов потерь установки ИМАШ РАН с аналогичными результатами, полученными другими методами, в том числе методом РРМ (peak picking method). В частотном диапазоне применимости РРМ-метода (< 800 Гц) различие результатов определения модальных частот менее 1%, а коэффициентов потерь в среднем 10%.

В §5.3 представлена апробация и применение предлагаемого метода при проведении натурных вибромеханических испытаний конструкции научного прибора «БТН-М2», разработанного ИКИ РАН для эксперимента на Российском Сегменте МКС [44].

Диссертационный метод позволяет в процессе испытаний прибора определять текущие значения первых собственных частот и коэффициентов потерь конструкции прибора. Это дает возможность проконтролировать интегральную целостность механической конструкции испытуемого прибора, так как именно эти параметры отвечают за ее механическую прочность и податливость внешним воздействиям. Изменение этих параметров, например, в 10%, позволяет сформулировать количественно предел допустимой целостности при испытаниях вместо визуального обследования или разборки прибора.

В качестве примера на рис. 13 показан квадрат коэффициента передачи «БТН-М2», полученный при проведении испытаний на воздействие случайной вибрационной нагрузки в направлении одной из осей прибора. Для идентификации одной из первых наиболее «энергетических» собственных частот была выбрана рабочая полоса 120-355 Гц. Используя разработанный метод, была построена дискретная модель для конструкции испытуемого образца и найдены ее модальные

параметры для «наиболее энергетической» моды ~ 280 Гц (пик на рисунке). Частоты образца и соответствующие коэффициенты потерь были определены по двум коротким интервалам (5 секунд) в записи временного сигнала, соответствующим началу и концу испытаний (на рис. 13 написаны с двух сторон от пика).

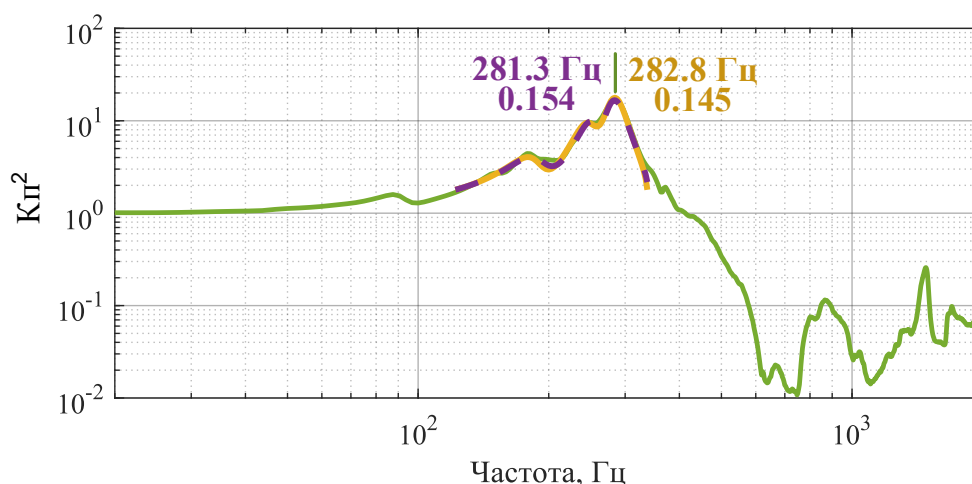


Рис. 13. Квадраты коэффициента передачи ($K_{п}^2$): полученный при испытаниях прибора (сплошная зеленая линия), полученные с помощью диссертационного метода (пунктирная фиолетовая линия — «до испытаний», сплошная желтая линия — «после испытаний»).

Максимальное отличие модальных параметров до и после испытаний прибора составило 6.5%, что позволяет говорить о механической целостности испытанного образца. Прибор успешно прошел летные испытания и в настоящее время штатно работает в космосе [44].

ПРИЛОЖЕНИЯ

Рукопись диссертации дополнена тремя приложениями. Список публикаций и доклады автора приведены в **Приложении А**. В **Приложении Б** на простом примере показано, что повсеместно применяемая в литературе процедура построения дискретных моделей путем формальной замены производных конечными разностями приводит к возникновению существенных погрешностей при моделировании физических процессов, что послужило автору стимулом для формулировки более общего критерия эквивалентности дискретных и непрерывных моделей колебательных систем. В **Приложении В** на основе теоремы Котельникова [42] представлен вывод важного результата, который используется в диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработан (т.е. предложен, научно обоснован, выявлены основные свойства и особенности, а также произведена экспериментальная проверка) нового универсального экспериментального метода определения коэффициента потерь произвольных линейных механических и акустических колебательных систем.

2. Сформулирован критерий эквивалентности дискретной и непрерывной моделей колебательной системы: они должны иметь одинаковые решения во все дискретные моменты времени. На основе этого критерия для нескольких непрерывных моделей системы (модели в пространстве состояний, модели черного ящика) построены соответственные дискретно-временные модели, конечно-разностные уравнения и их решения.

3. Получены аналитические соотношения между коэффициентами дифференциальных уравнений непрерывных моделей и коэффициентами соответственных конечно-разностных уравнений дискретных моделей; эти соотношения позволяют однозначно строить дискретно-временную модель системы по известной непрерывной модели и, наоборот, непрерывную модель по дискретной.

4. Теоретически показано, что дискретная ARMA-модель системы с N степенями свободы, совершающей вынужденные колебания под действием кинематического возбуждения, имеет порядок $(2N, 2N)$, а под действием силового возбуждения – порядок $(2N, 2N - 1)$.

5. Сформулирован энергетический критерий адекватности ARMA-моделей. Без этого критерия предложенный метод не мог бы считаться законченным и надежным, т. к. с его помощью определяется оптимальный порядок ARMA-модели и оценивается точность моделирования.

6. С помощью компьютерных и лабораторных экспериментов установлены основные свойства предложенного метода – универсальность, широкая область применимости, максимально возможный динамический диапазон измерения, высокая точность, простота, экономичность.

7. Создан комплекс Matlab программ, необходимых для проведения численных и лабораторных экспериментов предложенным методом.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации, индексируемые в базе данных WoS

- А1. Бобровницкий Ю.И., Карпов И.А. *Дискретная акустика: ARMA-моделирование временных процессов, теория* // Акустический журнал. – 2023. Т. 69. – № 6. – С. 665–684. **(РИНЦ)**. Общий объем статьи = 1.972 п.л.
Переводная версия: Bobrovnitskii Y.I., Karpov I.A. *Discrete acoustics: ARMA-modeling of time processes, theory* // Acoustical Physics. – 2023. – V. 69. – № 6. – P. 749–767. **(WoS)**. Общий объем статьи = 2.028 п.л.
- А2. Карпов И.А., Гребенников А.С., Ким. А.А. *Применение параметрического моделирования случайных процессов для определения потерь в линейных колебательных системах* // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2021. – Т. 85. – № 6. – С. 889–894. **(РИНЦ)**. Общий объем статьи = 0.496 п.л.
Переводная версия: Karpov I.A., Grebennikov A.S., Kim A.A. *Application of autoregressive moving average modeling of random processes to identify the loss factor of linear oscillatory systems* // Acoustical Physics. – 2021. – V. 67. – № 6. – P. 694–699. **(WoS)**. Общий объем статьи = 0.446 п.л.
- А3. Бобровницкий Ю.И., Томила Т.М., Бахтин Б.Н., Гребенников А.С., Асфандияров Ш.А., Карпов И.А. Ким А.А. *Лабораторная установка для исследования звукопоглощающих покрытий из метаматериалов при скольльзящем распространении звука и влияние типа источника на их эффективность* // Акустический журнал. – 2020. – Т. 66. – № 3. – С. 332–341. **(РИНЦ)**. Общий объем статьи = 0.672 п.л.
Переводная версия: Bobrovnitskii Y.I., Tomilina T.M., Bakhtin, B.N., Grebennikov A.S., Asfandiyarov S.A., Karpov I.A., Kim A.A. *Laboratory experimental facility for studying metamaterial sound-absorbing duct linings with grazing sound propagation and how the type of source influences their efficiency* // Acoustical Physics. – 2020. – V. 66. – № 3. – P. 324–332. **(WoS)**. Общий объем статьи = 0.605 п.л.

Публикации, индексируемые в РИНЦ

- А4. Карпов И.А., Бобровницкий Ю.И. Экспериментальный метод определения потерь энергии в колебательных системах, основанный на ARMA-моделировании // Акустический журнал. – 2025. – Т. 71. – № 2. – С. 155–175. Общий объем статьи = 2.251 п.л.
- А5. Бобровницкий Ю.И., Карпов И.А. Применение дискретных моделей в механике и акустике // Сборник аннотаций 51 школы-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Д.А. Индейцева – Великий Новгород: Издательство Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого, 2024. – С. 109-110. **(РИНЦ)**
- А6. Карпов И.А. Новый критерий для определения порядка ARMA- и ARX-моделей колебательных систем // Динамика и виброакустика машин: сборник

- докладов седьмой международной научно-технической конференции – Самара: Самарский университет, 2024. – С. 38-39. **(РИНЦ)**
- A7. Карпов И.А. Особенности использования ARMA и ARX моделей на примере исследования акустических поглотителей метаматериального типа // Акустический журнал. – 2024. – Т. 70. – № S5. – С. 30. **(РИНЦ)**
- A8. Карпов И.А., Гребенников А.С. Применение ARMA-моделирования для оценки эффективности поглощения акустических метаматериалов резонансного типа // Сборник трудов XXXV сессии Российского акустического общества – Москва: Издательство ГЕОС, 2023. – С. 997. **(РИНЦ)**
- A9. Карпов И.А. Дискретно-временное моделирование колебаний упругих тел в проблеме экспериментальной идентификации демпфирования // Сборник трудов Международной научной конференции «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященной 85-летию ИМАШ РАН – Москва: ИМАШ РАН, 2023. – С. 213. **(РИНЦ)**
- A10. Карпов И.А. Измерение количества демпфирования с помощью дискретных ARX-моделей: построение модели, область применимости метода, примеры // Тезисы докладов XX научно-технической конференции по аэроакустике – Жуковский: ЦАГИ, 2023. – С. 233-234. **(РИНЦ)**
- A11. Карпов И.А. К вопросу об идентификации потерь в линейных колебательных системах путем применения параметрического моделирования, основанного на ARX-моделях // Динамика и виброакустика машин: материалы шестой международной научно-технической конференции – Самара: Самарский университет, 2022. – С. 210-211. **(РИНЦ)**
- A12. Карпов И.А. Исследование особенностей и границ применимости параметрического метода измерения потерь в колебательных системах // Сборник трудов XXXIV сессии Российского акустического общества – Москва: Издательство ГЕОС, 2022. – С. 1151. **(РИНЦ)**
- A13. Карпов И.А., Гребенников А.С. Параметрический метод измерения потерь в колебательных системах // Сборник тезисов Всероссийского Аэроакустического форума – Жуковский: ЦАГИ, 2021. – С. 134. **(РИНЦ)**
- A14. Карпов И.А. Параметрическое моделирование виброакустических дискретно-временных случайных процессов и применение для идентификации колебательных систем // Ученые Записки Физического Факультета Московского Университета. – 2020. – № 1. – 2011701. **(РИНЦ)**
- A15. Карпов И.А., Гребенников А.С., Ким А.А. Применение параметрического моделирования случайных процессов для определения потерь в линейных колебательных системах // Труды III Всероссийской акустической конференции – СПб: Политех-Пресс, 2020. – С. 545-549. **(РИНЦ)**

Доклады автора по теме диссертации на конференциях

- К1. Международная 52 школа-конференция «Актуальные проблемы механики» памяти Н.Ф. Морозова, 23-27 июня 2025, г. Санкт-Петербург.
Карпов И.А. – Особенности применения дискретных моделей типа ARMA и ARX в механике и акустике.
- К2. Всероссийская научная политематическая конференция «XXXVI сессия Российского акустического общества», 21-25 октября 2024, г. Москва.
Карпов И.А. – Особенности использования ARMA- и ARX-моделей на примере исследования акустических поглотителей метаматериального типа.
- К3. Международная 51 школа-конференция «Актуальные проблемы механики» памяти Д.А. Индейцева, 19-21 июня 2024, г. Великий Новгород.
Бобровницкий Ю.И., Карпов И.А. – Применение дискретных моделей в механике и акустике.
- К4. Международная научно-техническая конференция «Динамика и виброакустика машин» (ДВМ`2024), 4-6 сентября 2024, г. Самара.
Карпов И.А. – Новый критерий для определения порядка ARMA- и ARX-моделей колебательных систем.
- К5. Всероссийская научная политематическая конференция «XXXV сессия Российского акустического общества», 13-17 февраля 2023, г. Москва.
Карпов И.А., Гребенников А.С. – Применение ARMA-моделирования для оценки эффективности поглощения акустических метаматериалов резонансного типа.
- К6. XX Научно-техническая конференция по аэроакустике. 24-29 сентября 2023, г. Суздаль.
Карпов И.А. – Измерение количества демпфирования с помощью дискретных ARX-моделей: построение модели, область применимости метода, примеры.
- К7. Международная научная конференция «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященная 85-летию ИМАШ РАН. 23 ноября 2023, г. Москва.
Карпов И.А. – Дискретно-временное моделирование колебаний упругих тел в проблеме экспериментальной идентификации демпфирования.
- К8. Всероссийская научная политематическая конференция «XXXIV сессия Российского акустического общества», 14-18 февраля 2022, г. Москва.
Карпов И.А. – Исследование особенностей и границ применимости параметрического метода измерения потерь в колебательных системах.
- К9. Международная научно-техническая конференция «Динамика и виброакустика машин» (ДВМ`2022), 21-23 сентября 2022, г. Самара.
Карпов И.А. – К вопросу об идентификации потерь в линейных колебательных системах путем применения параметрического моделирования, основанного на ARX-моделях.

- К10. Всероссийский Аэроакустический Форум, 20-25 сентября 2021, г. Геленджик.
Карпов И.А., Гребенников А.С – Параметрический метод измерения потерь в колебательных системах.
- К11. III Всероссийская акустическая конференция, 21-25 сентября 2020, г. Санкт-Петербург.
Карпов И.А., Гребенников А.С, Ким. А.А. – Применение параметрического моделирования случайных процессов для определения потерь в линейных колебательных системах.
- К12. Всероссийская научная политематическая конференция «XXXII сессия Российского акустического общества», 14-18 октября 2019, г. Москва.
Карпов И.А. – Параметрическое моделирование виброакустических дискретно-временных случайных процессов и применение для идентификации колебательных систем.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах / Под ред. В.Н. Челомея, К.В. Фролова, Э.И. Григолюка, 2-ое изд. – М.: Машиностроение, 1995–1999. ISBN 5-217-02727-4.
2. Ганиев Р.Ф. Нелинейные резонансы и катастрофы. Надежность, безопасность, бесшумность / Р.Ф. Ганиев. – М.: R&C Dynamics, 2013. – 592 с.
3. Bell L.H. Industrial noise control: fundamentals and applications / L.H. Bell. – NY: Marcel Decker, 1982.
4. Handbook of noise and vibration control / Ed. by M.J. Crocker. Hoboken. – NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2007. – 1570 p.
5. Bishop R.E.D. Mechanics of Vibration / R.E.D. Bishop, D.C. Johnson. – Cambridge: Cambridge University, Press, 1960. – 592 p.
6. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик; пер. с англ. под ред. Л.М. Лямшева. – М: Мир, 1971. – 558 с.
7. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Я.Г. Пановко. – М.: Физматлиз, 1960. – 194 с.
8. Handbook of acoustical measurements and noise control. Ed. / С.М. Harris Woodburg. – NY: ASA, 1998. – 1480 p.
9. Авиационная акустика / Под ред. А.Г. Мунина и В.Е. Квитки. – М.: Машиностроение, 1973. – 448 с.
10. Справочник по судовой акустике / Под ред. И.И. Клюкина и И.И. Боголепова. – Л.: Судостроение, 1978. – 504 с.
11. Снижение шума в зданиях и жилых районах / Под. Ред. Г.Л. Осипова и Е.Я. Юдина. – М.: Стройиздат, 1987. – 560 с.
12. Заборов В.И. Защита от шума и вибраций в горной металлургии / В.И. Заборов, Л.Н. Клячко, Г.С. Росин. – М.: Металлургия, 1976.
13. Шубов И.Г. Шум и вибрации электрических машин / И.Г. Шубов – Л.: Энергия, 1974.
14. Lazan B. Damping of materials and members in structural mechanics / B. Lazan. – NY: Pergamon Press, 1968.
15. Ферри Д. Вязкоупругие свойства полимеров / Д. Ферри – М.: ИЛ, 1963. – 536 с.
16. Эластомерные и композиционные материалы в шумопоглощающих судовых конструкциях / Под ред. Ионова А.В. – СПб: Изд. ГНЦ РФ ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2005.
17. Цвикер К. Звукопоглощающие материалы / К. Цвикер, К. Костен. – М.: ИЛ, 1952. – 370 с.
18. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

19. *Стретт Дж.В. (Лорд Рэлей)*. Теория звука. В двух томах. / Дж.В. Стретт, изд. второе под ред. С.М. Рытова. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 504 с. & 476 с.
20. *Cremer L. Structure-Borne Sound* / L. Cremer, M. Heckl., В.А.Т. Petersson. – Berlin: Springer, 2005. – 608 p.
21. *Junger M.C. Sound, structures and their Interactions* / M.C. Junger, D. Feit. – NY: ASA Publisher, 1998. – 452 p.
22. *Кочнева Л.Ф.* Внутреннее трение в твердых телах при колебаниях / Л.Ф. Кочнева. – М.: Наука, 1979.
23. *Сорокин Е.С.* Внутреннее и внешнее сопротивление при колебаниях твердых тел / Е.С. Сорокин. – М.: Гос. изд. лит. по строительству и архитектуре, 1957.
24. *Давиденков Н.Н.* О рассеянии энергии при вибрации / Н.Н. Давиденков // ЖТФ. – 1938. – Т. 8. – № 6. – С. 483–492.
25. *Писаренко Г.С.* Применение методов нелинейной механики для учета рассеяния энергии в материале / Г.С. Писаренко // ЖТФ. – 1949. – Т. 19. – № 12.
26. *Kimball A.B.* Internal friction in solids / A.B. Kimball, D.E. Lovell // Phys. Rev., Ser. 2. – 1927. – V. 2. – P. 948–959.
27. *Crandall S.H.* The role of damping in vibration theory / S.H. Crandall // JSV. – 1970. – V. 11. № 1. – P. 3–18.
28. *Bert C.W.* Material damping: an introduction review of methamaterial models, measures and experimental techniques / C.W. Bert // JSV. – 1973. – V. 29. – № 2. – P. 129–153.
29. *Беранек Л.* Акустические измерения / Л. Беранек – М.: ИЛ, 1952. 430 с.
30. *Balint J.* Measuring sound absorption: the hundred-year debate on the reverberation room method / J. Balint, M. Berzborn, M. Nolan, M. Vorländer // Acoustics Today. – 2023. – Vol. 19. – № 3. – P. 13–21.
31. ISO-10534-2. Acoustics-Determination of sound absorption coefficients and impedance in impedance tubes. Part 1: method using standing wave ratio. Part 2: transfer function method, 1998.
32. ISO-534. Acoustics – Measurement of sound absorption in a reverberation room, 1985.
33. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг, перевод с английского под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
34. *Pintelon R.* System identification. A frequency domain approach / R. Pintelon, J. Schoukens. – NY: IEEE Press, 2001. – 750 p.
35. *Ewins D.J.* Modal Testing: Theory and Practice / D.J. Ewins. – Letchworth, England: Research Studies Press., 1986. – 562 p.
36. *Heylen W.* Modal analysis: theory and testing / W. Heylen, S. Lammens, P. Sas. – Leuven, Belgia: Katholieke Universiteit Leuven, 1998. – 170 p.

37. Бобровницкий Ю.И. Импедансная теория поглощения звука: наилучший поглотитель и черное тело / Ю.И. Бобровницкий // Акустический журнал. – 2006. – V. 52. – № 6. – С. 742–752.
38. Gao N. Acoustic metamaterials for noise reduction: a review / N. Gao, Z. Zhang, J. Deng, et al // Advanced materials Technologies. – 2022. – 2100698.
39. Lu Q. Perspective acoustic metamaterials in future engineering / Q. Lu, X. Li, X. Zhang, et al // Engineering. – 2022. – V. 17. – P. 22–30.
40. Zhang J. Review and perspective on acoustic metamaterials: from fundamentals to applications / J. Zhang, B. Hu, S. Wang // Applied Physics Letters. – 2023. – V. 123. – 010502.
41. Бобровницкий Ю.И. Метаматериалы и поглощение звука (обзор) / Ю.И. Бобровницкий, Т.М. Томилина // Акустический журнал. – 2018. – Т. 64(5). – С. 517–525.
42. Котельников В.А. О пропускной способности “эфира” и проволоки в электросвязи / В.А. Котельников, перепечатка статьи 1933 года // УФН. – 2006. – Т. 176. – № 7. – С. 762–770.
43. Akaike H. A new look at the statistical model identification / H. Akaike // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – V. AC-19. – № 6. – P. 716–723.
44. Мокроусов М.И. Второй этап космического эксперимента «БТН Нейтрон» на борту российского сегмента международной космической станции: аппаратура БТН-М2 / М.И. Мокроусов, И.Г. Митрофанов, А.А. Аникин, Д.В. Головин, Н.Е. Карпушкина, А.С. Козырев, М.Л. Литвак, А.В. Малахов, А.Н. Пеков, А.Б. Санин, В.И. Третьяков // Космические исследования. – 2022. – Т. 60. – № 5. – С. 426–436.