

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМЕНИ А.А.БЛАГОНПРАВОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Шалюхин Константин Андреевич

**ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ
ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ**

Специальность 05.02.18 – Теория механизмов и машин.

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор В.А. Глазунов

Москва 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 4 |
| ГЛАВА 1. Обзор механизмов параллельной структуры, их применения и проблема кинематической развязки..... | 11 |
| 1.1. Обзор механизмов параллельной структуры..... | 11 |
| 1.2. Проблема кинематической развязки и пути ее решения..... | 16 |
| 1.3. Методы синтеза механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой..... | 28 |
| ГЛАВА 2. Структурный синтез механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой на основе замкнутых групп винтов..... | 32 |
| 2.1. Структурный синтез пространственных механизмов с кинематической развязкой..... | 32 |
| 2.2. Варианты механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы и кинематической развязкой..... | 43 |
| ГЛАВА 3. Кинематический анализ механизма параллельной структуры с кинематической развязкой..... | 51 |
| 3.1. Схема механизма с кинематической развязкой и решение задачи о положениях..... | 51 |
| 3.2. Решение задачи о скоростях механизма параллельной структуры с кинематической развязкой..... | 61 |
| ГЛАВА 4. Построение рабочей зоны механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой | 68 |
| 4.1. Определение параметров рабочей зоны при сканировании по ортогональным осям..... | 68 |
| 4.2. Определение параметров рабочей зоны при сканировании по одной оси и двум углам..... | 77 |
| ГЛАВА 5. Конструкция макета механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и экспериментальные исследования..... | 83 |

| | |
|--|-----|
| 5.1. Кинематическая схема макета механизма параллельной структуры, описание характерных особых положений..... | 83 |
| 5.2. Описание конструкции механизма макета..... | 87 |
| 5.3. Анализ особых положений механизма макета на основе экспериментальных данных..... | 95 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... | 98 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ..... | 100 |

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

Современный уровень развития техники требует разработки новых эффективных механизмов, которые могут применяться в различных областях промышленности и в исследовательских целях. В частности речь идет о технологических роботах, об обучающих системах (тренажерах), медицинских устройствах и т.д.

Одним из эффективных средств решения многих проблем техники является разработка механизмов параллельной структуры, отличающихся повышенными показателями по точности, грузоподъемности, быстродействию. Для наиболее полной реализации преимуществ параллельной структуры, приводные двигатели, как правило, устанавливаются на неподвижном основании или близко к нему. При этом зачастую возникает сложная взаимосвязь между движением выходного звена и перемещением приводов, что затрудняет задачи управления и анализа. Поэтому актуальной становится задача обеспечения кинематической развязки.

Ранее в этом направлении получены определенные результаты, в частности, Клавель (Франция) [71] предложил конструкцию 4-координатного механизма Delta с развязкой между поступательными перемещениями и вращательным движением. Польским исследователем К. Миановским [97] разработан манипулятор с 6 координатами, в котором вращательные движения развязаны между собой, а также – по отношению к поступательным перемещениям выходного звена. И Минг Чен (Сингапур) [103] описал механизм с полной развязкой по поступательным движениям и частичным разделением поступательных и вращательных движений. Аракелян и С. Брио (Франция)[1] разработали 4-координатный манипулятор PAMINSA с отделением поступательного движения вдоль вертикальной оси от остальных. Полная кинематическая развязка получена К. Конгом и К. Госленом [82] в конструкции 3-координатного поступательно-направляющего механизма. В Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им.

А.А. Благонравова Российской Академии Наук (ИМАШ РАН) была разработана усовершенствованная конструкция этого механизма [14], [55], также обладающая кинематической развязкой. В ИМАШ РАН были также построены механизмы параллельной структуры с групповой развязкой между поступательными и вращательными движениями [12]. При этом не была достигнута развязка внутри групп линейных и угловых координат.

В данной работе ставится задача обеспечить кинематическую развязку между движениями по различным осям координат, а также движениями вокруг разных осей. Это должно упростить математическое описание данных механизмов, повысить их функциональные возможности.

В силу изложенного, в связи с уникальностью синтезируемых механизмов, тема данной работы представляется актуальной.

Цель работы – расширение функциональных возможностей механизмов параллельной структуры, путем обеспечения более полной кинематической развязки, по сравнению с имеющимися решениями.

Указанная цель в диссертации достигается через решение следующих задач:

1. Синтез схем механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой, обеспечиваемой различными конструктивными решениями.

2. Разработка аналитического решения прямой и обратной задач о положениях, а также, прямой и обратной задач о скоростях для механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой.

3. Разработка алгоритмов построения рабочей зоны механизма параллельной структуры с кинематической развязкой для случаев постоянной и переменной ориентации рабочего органа.

4. Построение действующего макета механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и опытная проверка эффекта кинематической развязки.

Научная новизна работы основана на результатах исследования и заключается в следующих положениях:

- Обеспечение кинематической развязки между движениями по различным координатам, за счет наличия в каждой из трех кинематических цепей механизмов параллельной структуры шарнирных параллелограммов или двух зубчатых передач.
- Обеспечение однозначного соответствия обобщенных и абсолютных координат в механизмах параллельной структуры и определение соотношений между линейными и угловыми скоростями при изменении ориентации выходного звена для постоянства положения его конечной точки.
- Обеспечение оптимальных характеристик рабочего пространства механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой.
- Построение конструкции кинематических цепей механизма параллельной структуры с кинематической развязкой, содержащей зубчатые передачи, выявление силовых и кинематических винтов, адекватно описывающих движение звеньев изготовленного макетного образца.

На защиту выносятся следующие положения:

- Наличие в каждой из трех кинематических цепей механизмов параллельной структуры двух шарнирных параллелограммов или двух зубчатых передач, позволяет обеспечить кинематическую развязку не только между поступательным и вращательным движениями, но и между отдельными поступательными движениями по различным координатам.
- В механизмах с кинематической развязкой существует однозначное соответствие обобщенных и абсолютных координат, что упрощает решение задачи о положениях, в случае же постоянства положения конечной точки рабочего органа, для изменения углов его ориентации необходимо перемещение в линейных приводах, а угловые скорости определяют линейные.
- Опытная проверка механизма на натурном макете показала наличие особых положений, связанных с потерей степени свободы – линейного перемещения по одному из направлений – при конфигурации, когда промежуточные звенья располагаются вдоль одной прямой.

- Особых положений, связанных с потерей управляемости не возникает ввиду конструктивных особенностей сферического механизма.

Теоретическая значимость работы состоит в разработке метода построения механизмов с кинематической развязкой, получении новых структурных схем механизмов, синтезе алгоритмов определения рабочей зоны для различных условий ориентации выходного звена.

Практическая значимость работы обусловлена тем, что в работе синтезированы новые механизмы параллельной структуры с кинематической развязкой, обладающие уникальными свойствами, они могут быть использованы в различных областях техники: технологические роботы, медицинские устройства, измерительные системы, тренажеры.

Методы, применяемые в работе. Использовались методы теории машин и механизмов, винтового исчисления, дифференциального исчисления, компьютерного анализа.

Достоверность результатов обусловлена строгостью математических выкладок при использовании апробированных допущений и проверкой полученных решений на натурном макете.

Апробация работы:

Основные результаты были доложены на юбилейной XX международной интернет-ориентированной конференции молодых учёных и специалистов по современным проблемам машиноведения (МИКМУС-2008), World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 19–25 июня 2011 г, на Международной конференции «Колебания и волны в механических системах» Москва, 27–28 ноября 2012 г, на научно-практической конференции «Роботические технологии в медицине», Москва, 12.02.2016 г, а также на научно-практической конференции «Научное приборостроение – современное состояние и перспективы развития», Москва, 15–16 ноября 2016 г.

Публикации: по результатам диссертации опубликовано 12 работ, в том числе в журнале «Проблемы машиностроения и надежности машин» №3 2018 г. (прошла рецензирование), №2 2010 г и в №4 2009 г., в журнале «Медицина и

высокие технологии» № 3 2017 г., в журнале «Проблемы машиностроения и автоматизации» №3 2015 г., в материалах юбилейной XX международной интернет-ориентированной конференции молодых учёных и специалистов по современным проблемам машиноведения (МИКМУС-2008) 10–12 ноября 2008 г., в материалах World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 19–25 June, 2011, в материалах Международной конференции «Колебания и волны в механических системах» Москва, 27–28 ноября 2012 г., в материалах научно-практической конференции «Роботические технологии в медицине», Москва, 12.02.2016 г., в журнале «Качество. Инновации. Образование». 2016. Т. 2, № 2, в материалах научно-практической конференции «Научное приборостроение – современное состояние и перспективы развития», Москва, 15-16 ноября 2016 г.

Патенты.

По результатам работы были получены следующие патенты:

1. Патент РФ на изобретение № 2403141 / Глазунов В. А., Тывес Л. И., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп.10.11.2010. Бюл. № 31.
2. Патент РФ на изобретение № 2412798 / Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп.27.02.2011. Бюл. № 6
3. Патент РФ на полезную модель № 164091 / Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А., Духов А. В., Козырев А. В. Пространственный механизм с шестью степенями свободы. Оп. 20.08.2016. Бюл. № 23.
4. Патент РФ на полезную модель № 115709 / Глазунов В. А., Левин С. В., Ковалев В. Е., Сухоруков Р. Ю., Шалюхин К. А. Робототехническая технологическая установка. Оп.10.05.2012. Бюл. № 13.
5. Патент РФ на полезную модель № 125118 / Глазунов В.А., Левин С.В., Лысогорский А. Е., Календарев А. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп. 27.02.2013. Бюл. № 6.

6. Патент РФ на изобретение № 2478464 / Глазунов В. А., Левин С. В., Ковалев В. Е., Сухоруков Р. Ю., Шалюхин К. А. Модульная робототехническая технологическая установка. Оп. 10.04.2013. Бюл. № 10.
7. Патент РФ на полезную модель № 133045 / Ганиев Р. Ф., Касилов В. П., Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм со стабилизирующими кинематическими цепями. Оп. 10.10.2013. Бюл. № 28.
8. Патент РФ на полезную модель № 147057 / Глазунов В. А., Ласточкин А. Б., Рашоян Г. В., Левин С. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм с шестью степенями свободы. Оп. 27.10.2014. Бюл. № 30.
9. Патент РФ на полезную модель № 146894 / Глазунов В. А., Ласточкин А. Б., Костерева С. Д., Левин С. В., Шалюхин К. А. Манипулятор параллельной структуры с шестью степенями свободы. Оп. 20.10.2014. Бюл. № 29.
10. Патент РФ на полезную модель № 142566 / Ганиев Р. Ф., Касилов В. П., Глазунов В. А., Шалюхин К. А., Левин С. В. Пространственный механизм. Оп. 27.06.2014. Бюл. № 18.
11. Патент РФ на полезную модель № 157044 / Глазунов В. А., Левин С. В., Таипов М. А., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп. 20.11.2015. Бюл. № 32.
12. Патент РФ на полезную модель № 154785 / Глазунов В. А., Левин С. В., Таипов М. А., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп. 10.09.2015. Бюл. № 25.
13. Патент РФ на полезную модель № 164757 / Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А., Скворцов С. А. Манипулятор параллельной структуры с шестью степенями свободы. Оп. 10.09.2016. Бюл. № 25.
14. Патент РФ на полезную модель № 160607 / Глазунов В. А., Левин С. В., Пушкарь Д. Ю., Шалюхин К. А., Шептунов С. А. Пространственный механизм манипулятора. Оп. 27.03.2016. Бюл. № 9.
15. Патент РФ на полезную модель № 169275 / Глазунов В. А., Борисов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А., Шарапов И. Б. Манипулятор параллельной структуры с пятью степенями свободы. Оп. 13.03.2017. Бюл. № 8.

Структура диссертации: введение, пять глав, заключение и список литературы из 105 наименований. Общий объем диссертации составляет 108 страниц, содержит 47 рисунков и три таблицы.

ГЛАВА 1. ОБЗОР МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ, ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И ПРОБЛЕМА КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКИ

В данной главе приведены основные типы механизмов параллельной структуры, их становление и развитие конструктивных особенностей, сферы их применения в технике. Сформулирована проблема кинематической развязки и приведены примеры ее решения.

1.1. Обзор механизмов параллельной структуры

Отличительная черта механизмов параллельной структуры – это соединение выходного звена и неподвижного основания через несколько кинематических цепей. Это накладывает на выходное звено механизма определенное количество связей.

Использовать механизмы параллельной структуры с нелинейными соотношениями между координатами входов и выходов предлагалось еще в первой половине прошлого века, но рост интереса к таким механизмам и начало их интенсивного использования учеными и инженерами происходили в 60-х – 80-х годах [32, 86, 99]. Первыми объектами исследования и разработки механизмов параллельной структуры были гексаподы (шестиногие механизмы) с шестью степенями свободы и с фиксированными точками опоры на неподвижной и подвижной платформах, соединенными между собой звеньями переменной длины. Конструктивно точки опоры представляют собой сферические или универсальные шарниры.

Наиболее известным из гексаподов (рисунок 1.1) стала платформа Гофа-Стюарта [86, 87]. Впервые она была предложена Гофом (1956) в качестве испытательного стенда, и упомянута Стюартом (1965) в функции авиационного тренажера. Различные ее модификации используются в этом качестве и по сей день. Также платформа Гофа-Стюарта нашла применение и в других задачах, в частности, во фрезерных станках (Аронсон, 1996) и в затачивающих устройствах (Гослен и Хэмел, 1994). В итоге «платформой Гофа-Стюарта» принято называть механизмы с шестью степенями подвижности, у которых шесть точек на

выходном звене соединяются с шестью точками на основании через независимые кинематические цепи. [66, 81, 82]. В нашей стране первым механизмом этого класса был манипулятор Данилевского.

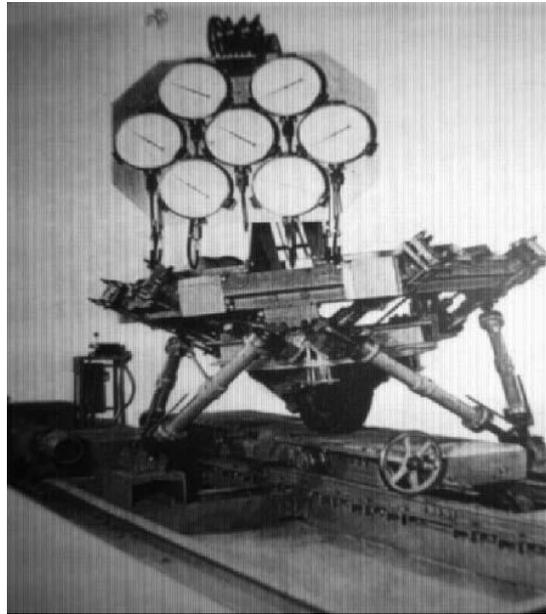


Рис. 1.1

Этот механизм [17] (рисунок 1.1) включает шесть кинематических цепей, каждая из которых связана как с основанием, так и с подвижной платформой при помощи сферических шарниров. Достоинства гексаподов – конструктивная простота; обратная задача о положениях имеет явный вид решения и не нуждается в сложных вычислениях. Существенным недостатком механизмов такого типа является сложная зависимость движений выходного звена (платформы) от перемещений приводных механизмов. Для получения простого движения, например, вращения относительно какой-либо оси в системе координат основания, или линейного перемещения в любом направлении, требуется одновременное действие всех шести приводных механизмов. При этом прямая задача о положениях не решается в явном виде, что затрудняет выработку законов управления для осуществления требуемых движений выходного звена.

В зависимости от вида допустимых движений платформы выделяются плоские механизмы (к ним относятся, например, механизмы [60]); сферические механизмы [81]; механизмы с поступательными перемещениями платформы в пространстве [1, 69, 70, 72].

Важные применения имеют сферические механизмы, которые предназначены для ориентирования объектов, в частности, рабочего инструмента станка, робота и т. п. Пример шарнирно-рычажного сферического механизма параллельной структуры с тремя степенями свободы приведен на рисунке 1.2. [85]. В сферических механизмах отдельные вращательные приводы могут поворачивать выходное звено каждый вокруг своей оси, не влияя на углы поворота от действия других приводов. Однако передаточные отношения от приводов к выходному звену могут быть переменными в зависимости от углового положения, что усложняет анализ.

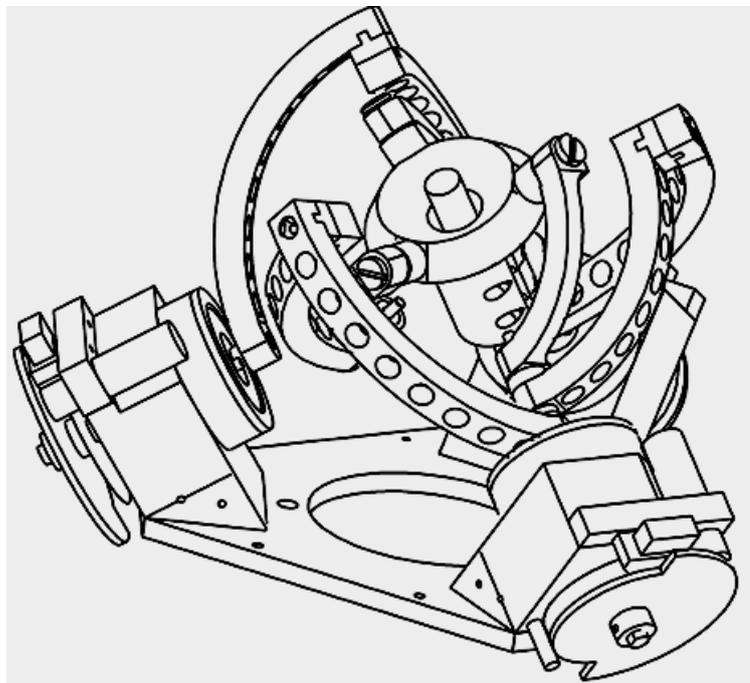


Рис. 1.2

Для решения ряда задач необходимо поступательное трехмерное перемещение объекта, которое могут обеспечить поступательно-направляющие механизмы [82, 101].

К. Хант [91-93] создал первую классификацию механизмов параллельной структуры, в которой число степеней свободы равнялось числу соединительных цепей. А. Ш. Колискор [2, 31, 32] выделил семейство « l -координатных механизмов», отличающихся тем, что платформа и база имеют разное количество точек крепления. Наиболее полная классификация механизмов параллельной структуры проведена в работах В. А. Глазунова, А. Ф. Крайнева [16, 42].

Преимущества станков параллельной структуры перед традиционными моделями [3] - это существенно меньшая материалоемкость и габариты при увеличенном в несколько раз усилии подачи. В работе [39] исследуются установки лазерной резки, каждая из которых содержит лазер, укрепленный на основании, и плоский механизм параллельной структуры. Имеют место [37] комбинированные механизмы, состоящие из двух манипуляторов, выполняющих относительное перемещение.

В двигательных системах [36] решена задача определения главного вектора и главного момента системы сил, действующих на выходное звено. Для этого во все кинематические цепи введены измерители осевых сил.

Надо сказать, что для механизмов параллельной структуры существуют алгоритмы построения моделей, как с открытыми, так и с замкнутыми кинематическими цепями, что получило отражение в работах [9, 10, 22, 24-26, 33, 40-42, 44, 57, 58, 61, 74, 91-93]. Синтез кинематической модели механизмов параллельной структуры, изучение их свойств в динамике представлены в работах авторов: Р. И. Ализаде, Е. И. Воробьев, В. Гоф, В. А. Глазунов, У. А. Джолдасбеков, А. Ш. Колискор, А. Ф. Крайнев, А. И. Корендясев, Л. И. Тывес, Б. Л. Саламандра, Н. А. Серков, Д. Стюарт, Ю. Л. Саркисян, К. Хант и мн. др. [2-8, 12-19, 21, 27, 30, 38, 47, 48, 56, 61, 62, 65, 68, 73, 75-82, 84-85, 99].

В ИМАШ РАН создана измерительная система, устроенная по схеме l - координатной структуры. Данная система основана на струнных измерителях заданного постоянного натяжения, закрепленных одним концом на измерительном барабане, а другим – на выходном звене.

В работах [10, 36, 88, 89] исследованы механизмы высоких классов. Наилучшим методом кинематического, силового и динамического анализа механизмов параллельной структуры считается метод, основанный на винтовом исчислении [13]. Теория винтового исчисления описана в работе [22]. Классическими работами по винтовому исчислению в применении к пространственным механизмам являются работы Р. Болла, Е.Х. Гохмана, А. П. Котельникова, У. Клиффорда, Э. Штуди, и др. Анализ кинематики

механизмов параллельной структуры на основе теории винтового исчисления описывает в своих работах К. Хант, при этом он находит особые положения и формулирует критерии нежелательных конфигураций.

Способы решения задач кинематики при анализе механизмов параллельной структуры нашли отражение в работах Мохамеда и Деффи [48].

Численные и аналитические способы решения прямой и обратной задач о положениях и скоростях описаны в работах [16, 18].

Ж. П. Мерле [94, 95] показал способ определения ошибки положения выходного звена механизма параллельной структуры по величинам погрешностей длин соединительных кинематических цепей. В. Паренти-Кастелли и С. Инносенти [98] исследовали механизм с тремя соединительными кинематическими цепями при учете его особых положений.

В результате практического использования механизмов параллельной структуры получены новые сведения. Такие фирмы, как SMTTricept, Index, DSTechnologie и Okuma используют указанные механизмы в производстве автомобилей и в авиастроении, применяя их в некоторых стадиях технологического процесса, до этого требовавших ручного труда. Национальным Институтом Авиационных Технологий (НИАТ) внедрен обрабатывающий центр параллельной структуры, рассчитанный на использование в авиакосмической, автомобильной, судостроительной и других машиностроительных отраслях промышленности. В сфере медицинской робототехники успешно работают механизмы параллельной структуры, произведенные такими компаниями, как ISIS (SurgiScope), Mazor Surgical Technologies (SpineAssist), Medical Intelligence (HexaPOD RT System), MicroDexterity Systems (MicroDex), и др.

Механизмы параллельной структуры широко применяются в конструкциях симуляторов движения (полета, автомобильного движения, подводного плавания и т.д.). Здесь выделяются разработки компаний: AMST SYSTEMTECHNIK, Bosch Rexroth, DaimlerChrysler, Deutsche Bahn, FAAC, Hitachi, Kawasaki Heavy Industries, MetaVR, и пр.

Другие области использования механизмов параллельной структуры:

глубокое бурение, измерительные приборы, манипуляционные системы, тренажерные устройства, датчики усилий, виброзащитные устройства.

1.2. Проблема кинематической развязки и пути ее решения

Важной проблемой при построении механизмов параллельной структуры является кинематическая развязка. Синтез механизмов с кинематической развязкой – это путь к созданию структур с 6 степенями свободы, для которых задачи кинематики решаются в явном виде, что значительно упрощает анализ кинематики механизма и выработку законов управления [59]. Для иллюстрации разновидностей кинематической развязки воспользуемся матрицей частных передаточных отношений. Она определяет связь между 6-мерным вектором мгновенных скоростей выходного звена (трех линейных вдоль осей X, Y, Z декартовой системы координат, связанной с основанием, и трех угловых относительно этих осей) и 6-мерным вектором мгновенных скоростей ведомых звеньев (или скоростей изменения обобщенных координат):

$$\dot{x} = J\dot{q}, \quad (1.1)$$

где: \dot{x} – вектор скоростей выходного звена,

\dot{q} – вектор угловых скоростей ведомых звеньев,

J – матрица частных передаточных отношений размерностью $[6 \times 6]$.

При определении взаимного влияния обобщенных координат на координаты выходного звена используется разновидность матрицы частных передаточных отношений – индикаторная матрица. От обычной матрицы частных передаточных отношений она отличается тем, что в ней все ненулевые элементы обозначены одним и тем же символом, например, «*», тем самым матрица J рассматривается на уровне индикатора: равен ли элемент матрицы нулю, или не равен [59].

Используя индикаторную матрицу, проиллюстрируем варианты кинематической развязки, встречающиеся на практике.

$$J = \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} - \quad (1.2)$$

кинематическая развязка отсутствует.

В этом случае изменение каждой из обобщенных координат ведет к изменению всех шести координат выходного звена. Такой вид индикаторной матрицы, например, характерен для гексапода (рисунок 1.1).

$$J = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix} - \quad (1.3)$$

полная кинематическая развязка.

Здесь изменение любой из обобщенных координат ведет к изменению только одной из координат выходного звена. Как правило, для такого механизма находится аналитическое решение задачи о положениях. В случае, если частные передаточные отношения в диагонали матрицы равны единице, такой механизм будет изоморфным, т.е. все движения по обобщенным координатам без искажения передаются на выходное звено. В механизмах с приводами на основании такая степень развязки пока не достигнута. Она, тем не менее, может иметь место при расположении приводов на движущихся звеньях.

$$J = \begin{bmatrix} * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * \end{bmatrix} - \quad (1.4)$$

групповая кинематическая развязка.

В этом случае имеются группы координат (например, линейные и угловые), внутри которых существует взаимное влияние, а между группами такое влияние

отсутствует. Как правило, для такого механизма возможно найти аналитическое решение задачи о положениях, так как задача распадается на несколько, с меньшей размерностью матриц в каждой из них.

В работах [69, 82] описаны структурные решения для механизма параллельной структуры с платформой, движущейся поступательно, в которых уравнения связи между входными и выходными координатами линейны, при этом движения манипулятора развязаны относительно друг друга. Однако надо отметить, что кроме структурно-кинематической, существуют еще статическая и динамическая развязки. Здесь будут рассмотрены различные типы кинематических взаимных влияний в механизмах параллельной структуры.

С ростом числа степеней свободы механизма параллельной структуры существенную роль приобретает вопрос решаемости уравнений кинематики, нужных для программирования движений механизма параллельной структуры и достижения точности их реализации. Эта задача непосредственно связана с геометрической структурой механизма. В связи с этим, за последние два десятилетия наибольшие успехи получены в конструкциях механизмов параллельной структуры с поступательными перемещениями подвижной платформы [1, 69, 71, 90, 98, 101].

Рассмотрим взаимосвязанность приводов манипуляторов с параллельной структурой и принцип частичной развязки движений, которые реализованы в роботе Дельта. Это механизм с четырьмя степенями свободы (рисунок 1.3) [17]. Основание 1 связано с платформой 8 тремя кинематическими цепями. Поступательные перемещения платформы по направлениям X , Y и Z обеспечивают три привода 3, закрепленных на основании. Выходное звено 9 может вращаться вокруг вертикальной оси 10 под действием четвертого привода 11 через телескопический вал 14. Два кардана на концах телескопического вала обеспечивают вращение выходного звена вокруг вертикальной оси при любом положении платформы. Подобное вращательное движение является независимым от перемещений платформы. Следовательно, в данной конструкции осуществлен

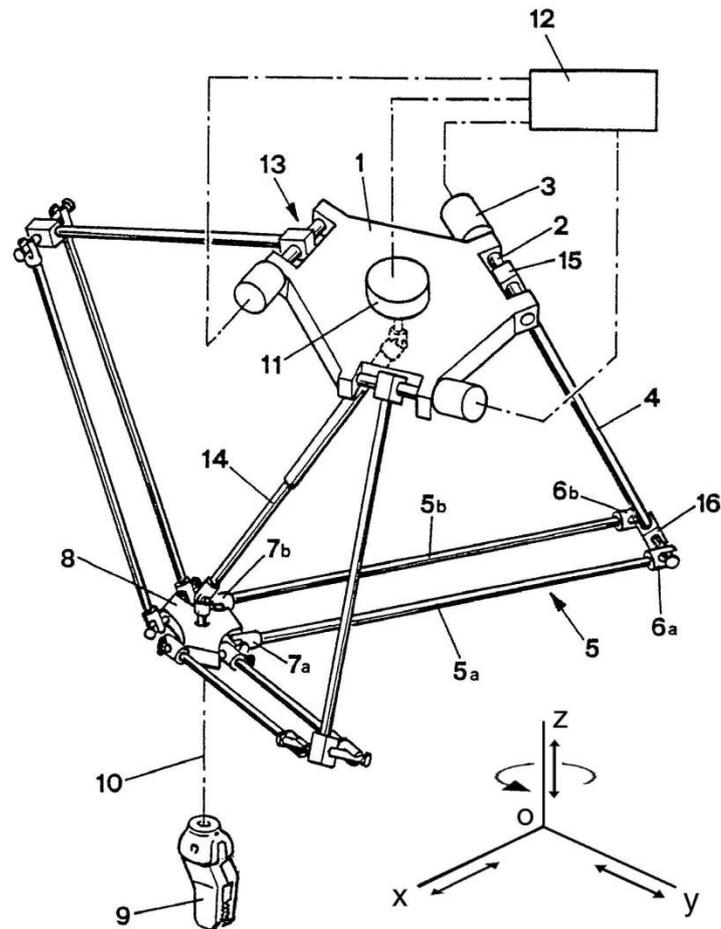


Рис. 1.3

принцип частичной развязки движений, то есть, поступательное движение платформы связано с действием каждого из трех приводов, в то время как вращательное движение выходного звена является независимым. В этом случае, индикаторная матрица будет выглядеть так (последняя строка и последний столбец соответствуют координатам вращения выходного звена):

$$J = \begin{bmatrix} * & * & * & 0 \\ * & * & * & 0 \\ * & * & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Робот Дельта [71] впоследствии стал темой многих публикаций [1, 69, 70, 101] и др., на темы структуры, кинематики, статики и динамики механизмов параллельной структуры, обеспечивающих поступательное перемещение подвижной платформы.

Одним из вариаций концепции робота Дельта является механизм, получивший название Orthoglide [70] (рисунок 1.4).

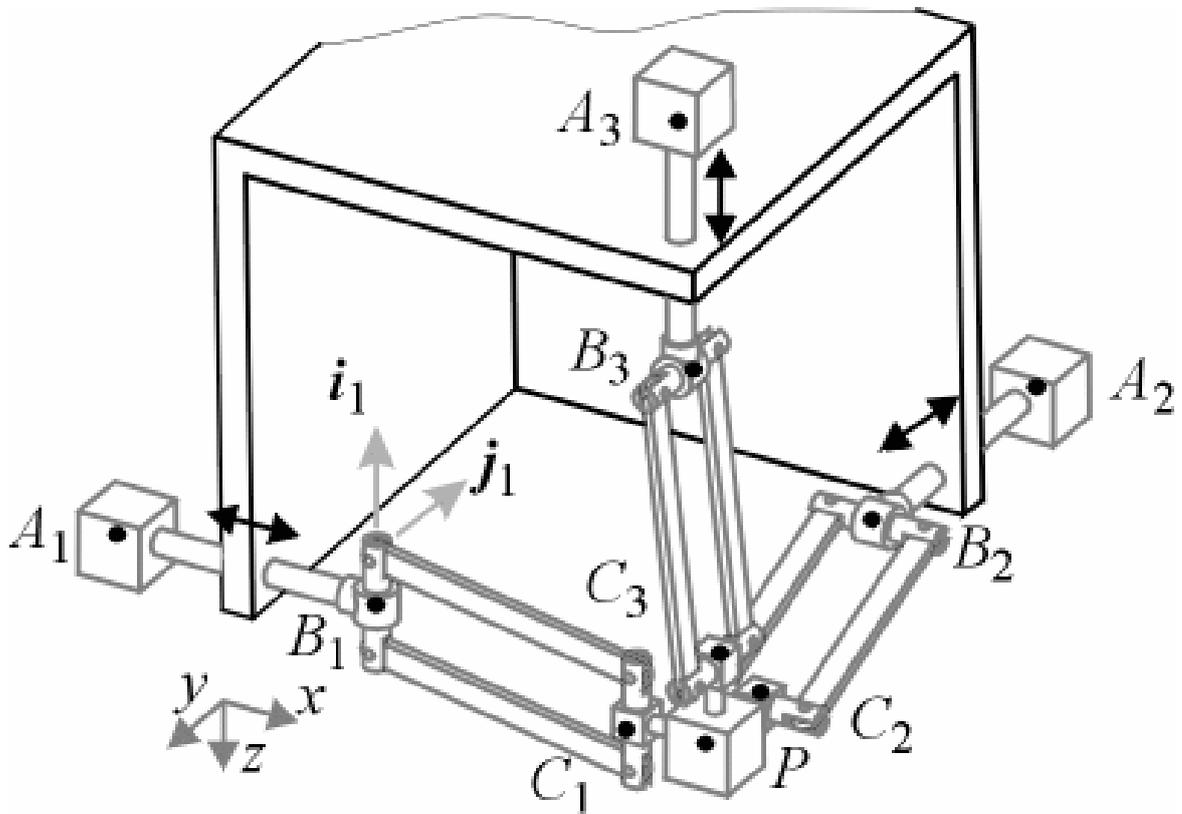


Рис.1.4

Он основан на трех линейных приводах с взаимно-перпендикулярными осями. Базовые характеристики (скорость, развиваемое усилие, точность, жесткость) механизма ортогональной структуры практически не меняются внутри всей рабочей зоны, которая по форме близка к параллелепипеду, а в случае симметричного механизма с одинаковыми рабочими диапазонами приводов – близка к кубу. Здесь, как и в предыдущем случае, нельзя говорить о кинематической развязке, но взаимовлияние движений от различных приводов здесь меньше, чем в «Дельте». Индикаторная матрица данного механизма размерностью 3, соответствует формуле (1.2).

Рассмотрим некоторые наиболее значимые результаты в области синтеза механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой. Интересное решение этой проблемы было предложено польским исследователем К. Миановским (рисунок 1.5).

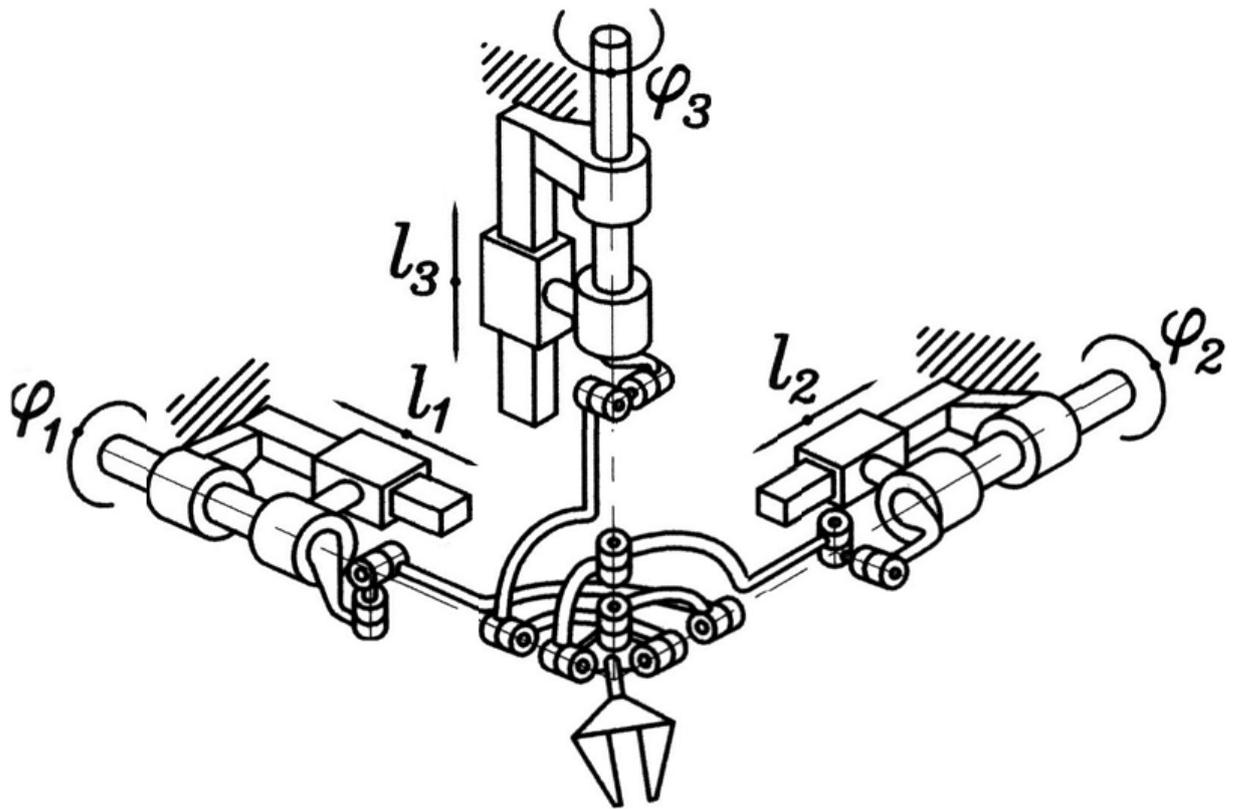


Рис.1.5

В этой схеме есть три кинематические цепи, в каждой из них имеются расположенные соосно линейный и вращательный двигатели. Еще в каждой цепи содержится две пары шарниров с пересекающимися осями, а шарниры, сопряженные с выходным звеном, образуют сферический механизм. Выходное звено этого механизма сохраняет свою ориентацию при поступательных перемещениях [96]. Тем не менее, здесь существует небольшая зависимость частных передаточных отношений от положения выходного звена, поэтому говорить о полной кинематической развязке можно лишь при наличии существенных ограничений на удаление выходного звена от центральной точки рабочей зоны. В общем же случае индикаторная матрица будет такой, как в формуле (1.2).

Другое решение изложено И Минг Ченом (Сингапур) (рисунок 1.6). Механизм содержит три кинематические цепи, в каждой из них есть поступательный и вращательный приводы, а также две поступательные кинематические пары с перпендикулярными осями. Неприводные вращательные

кинематические пары цепей образуют сферический механизм. Эта конструкция обеспечивает полную развязку по поступательным движениям и частичную развязку в плане разделения поступательных и вращательных движений [103].

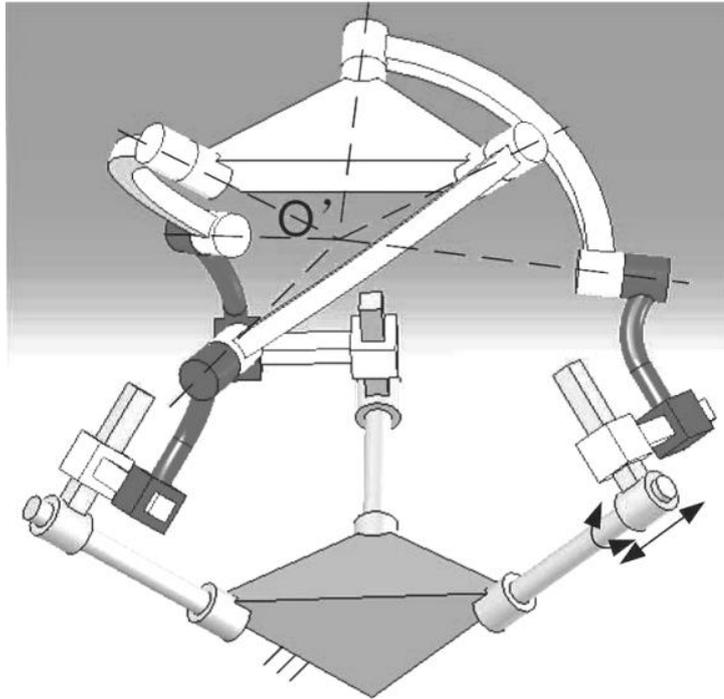


Рис. 1.6

Еще одну концепцию частичной кинематической развязки предложили В. Аракелян и С. Брио [1] (рисунок 1.7). Этот манипулятор получил название PAMINSA (Франция). В данном случае идея состояла в том, чтобы отделить поступательное движение вдоль вертикальной оси от плоских движений (вдоль осей X и Y и вокруг оси Z). Конструктивно это достигается так: один линейный двигатель установлен вертикально. Он воспринимает всю нагрузку и перемещает всю конструкцию вверх и вниз. Движение в горизонтальной плоскости обеспечивают вращательные двигатели небольшой мощности с вертикальными осями. Отличительной особенностью данного механизма является наличие в каждой кинематической цепи шарнирного пантографа. Он осуществляет передачу линейных движений с вертикально расположенного двигателя, и кроме того, играет роль неприводной поступательной кинематической пары при движении в плоскости. В этом механизме степень кинематической развязки невелика.

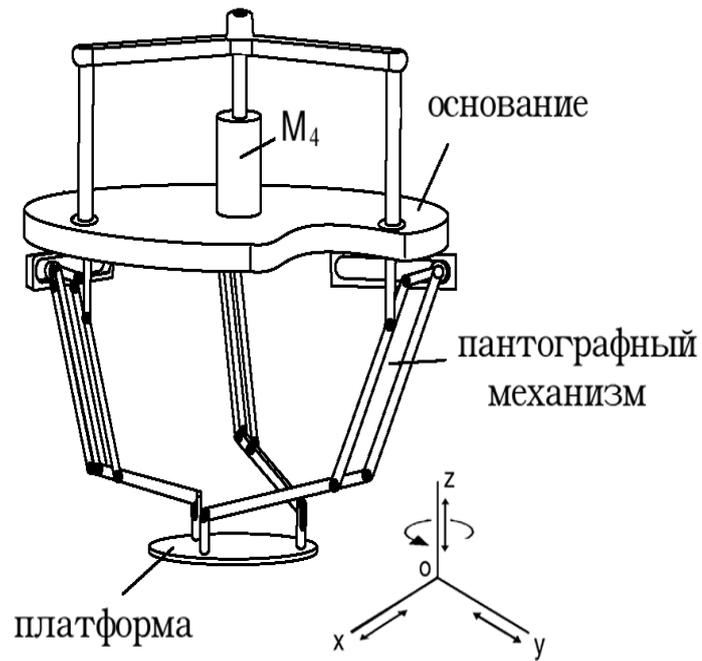


Рис. 1.7

Эффективное решение задачи развязки для поступательных перемещений нашли К. Конг и К. Гослен. [82]. Механизм (рисунок 1.8) содержит три кинематические цепи с ортогонально расположенными поступательными парами.

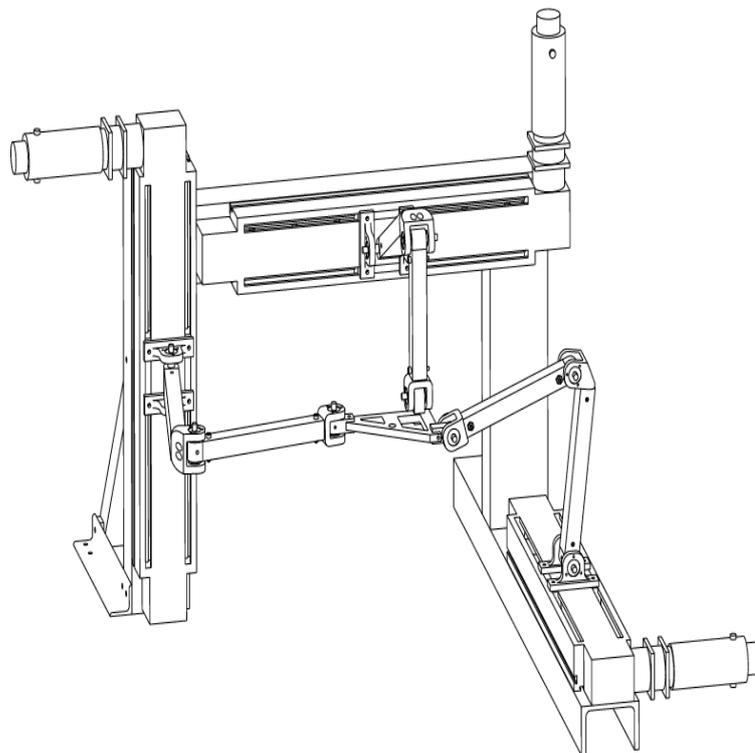


Рис.1.8

Развязка обеспечивается наличием в каждой кинематической цепи структурной группы из трех вращательных пар с параллельными осями. Такая схема обеспечивает постоянство передаточного отношения между приводом и выходным звеном и полную кинематическую развязку между тремя линейными координатами. В ИМАШ РАН структура данной схемы была проанализирована, а опытный образец звена исследован на предмет жесткости. Предложен ряд новых схем, в частности, разработан механизм (рисунок 1.9), содержащий дополнительные кинематические цепи, «локти», что позволяет исключить поступательные кинематические пары – направляющие.[55].

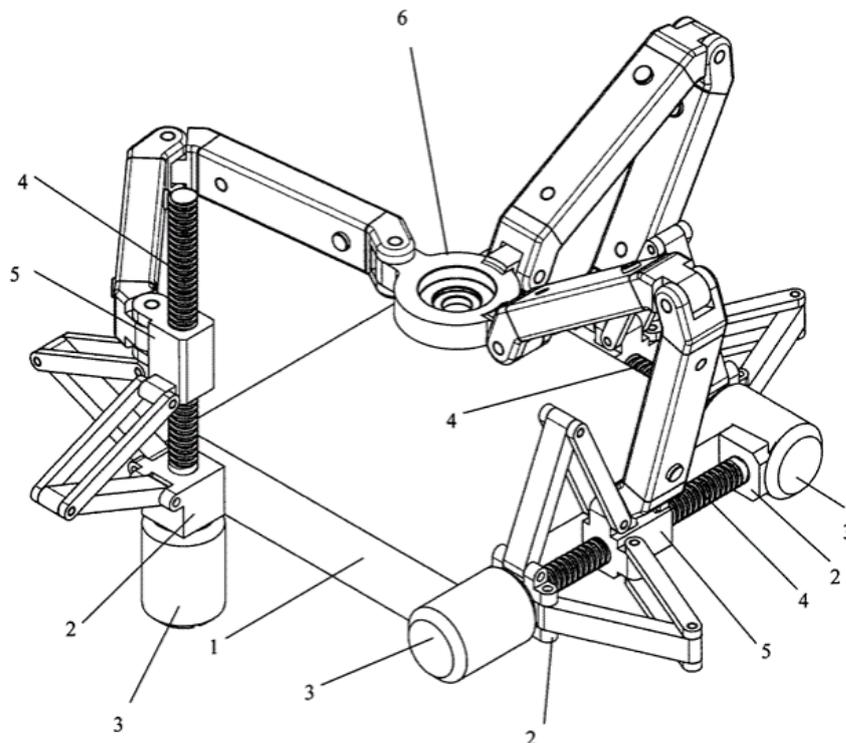


Рис.1.9

Другой пример разработки ИМАШ РАН - механизм для испытаний моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе [16]. Механизм (рисунок 1.10) обеспечивает шесть степеней свободы движения модели, посредством всего двух стержней, вводимых в рабочую область аэродинамической трубы. Здесь можно говорить о частичной кинематической развязке, так как три привода управляют положением выходного звена, а другие три - его ориентацией.

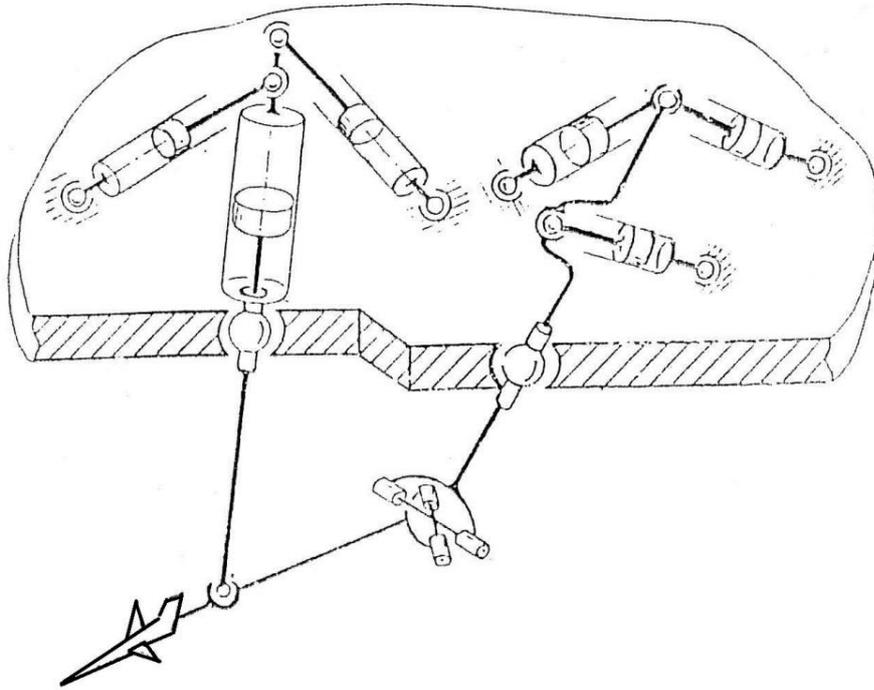


Рис.1.10

Один из вариантов построения механизма параллельной структуры с кинематической развязкой приводит Рафаэль Ди Грегорио (Университет Феррара, Италия) [104] (рисунок 1.11).

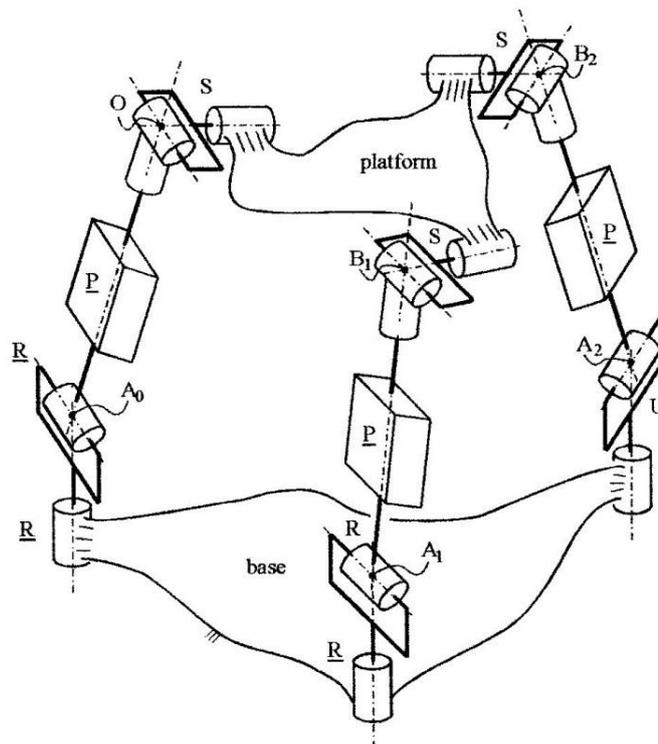


Рис. 1.11

Особенность такой схемы заключается в ее симметричном построении. Все три кинематических цепи, связывающих основание с подвижной платформой, имеют одинаковую топологию, но при этом приводные двигатели установлены на различные элементы этих кинематических цепей. Недостаток такой компоновки – расположение приводов на подвижных звеньях на удалении от основания.

Пример манипулятора параллельной структуры с кинематической развязкой, синтезированный на основе универсальных шарниров с использованием дополнительных связей (рисунок 1.12), предложен Глазуновым В. А., Тывесом Л. И. и др [105]. Каждая из трех его кинематических цепей содержит два универсальных шарнира с двумя дополнительными связями.

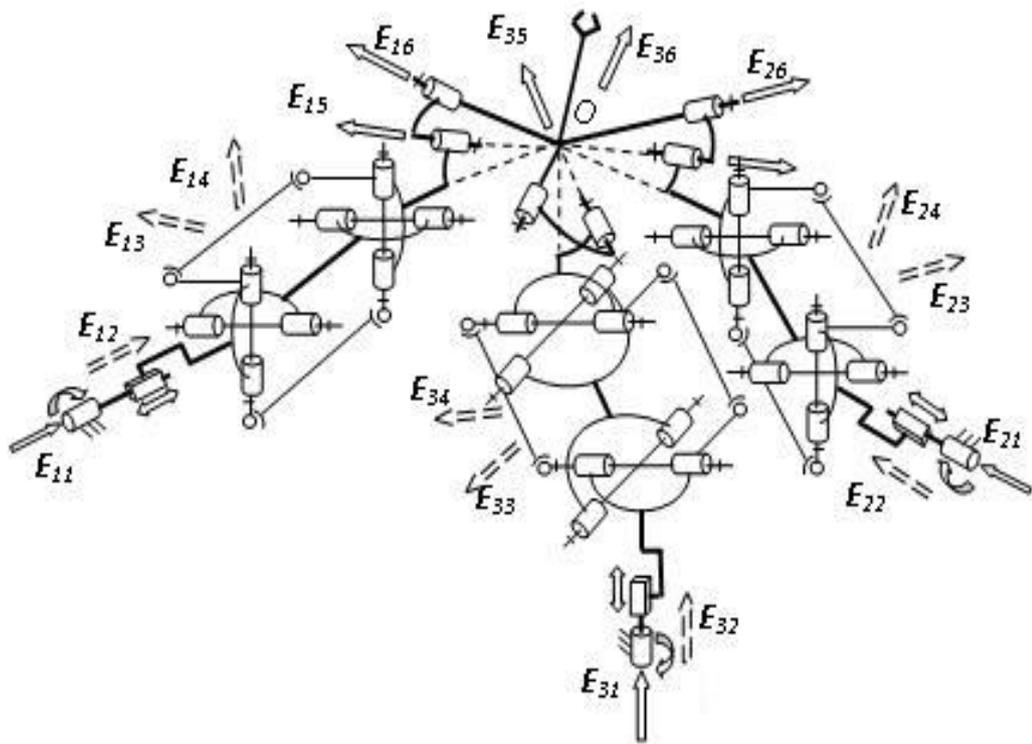


Рис.1.12

Для проверки полученных теоретических результатов в ИМАШ РАН изготовлен пространственный механизм по данной схеме (рисунок 1.13) [56].

Он представляет из себя манипулятор-трипод с шестью степенями подвижности, приводы поступательного и вращательного движения в каждой кинематической цепи соосны и расположены на основании, так что их оси образуют трехгранный угол, на подвижной платформе есть три опоры вращения,

оси которых образуют такой же трехгранный угол. Три одинаковые кинематические цепи привода перемещений и ориентации рабочего органа состоят каждая из двух соединенных промежуточным валом универсальных шарниров так, что внутренние оси крестовин универсальных шарниров параллельны, наружные оси крестовин универсальных шарниров на входе кинематических цепей соединены с выходными валами блоков приводов, а наружные оси крестовин универсальных шарниров на выходах кинематических цепей образуют шарниры с опорами вращения на подвижной платформе (рисунок 1.12). На подвижной платформе установлен механизм ориентации рабочего органа, а на наружных осях крестовин двух универсальных шарниров каждой кинематической цепи на равных расстояниях и с одной стороны от центров крестовин универсальных шарниров установлены два цилиндрических шарнира с осями, параллельными внутренним осям крестовин универсальных

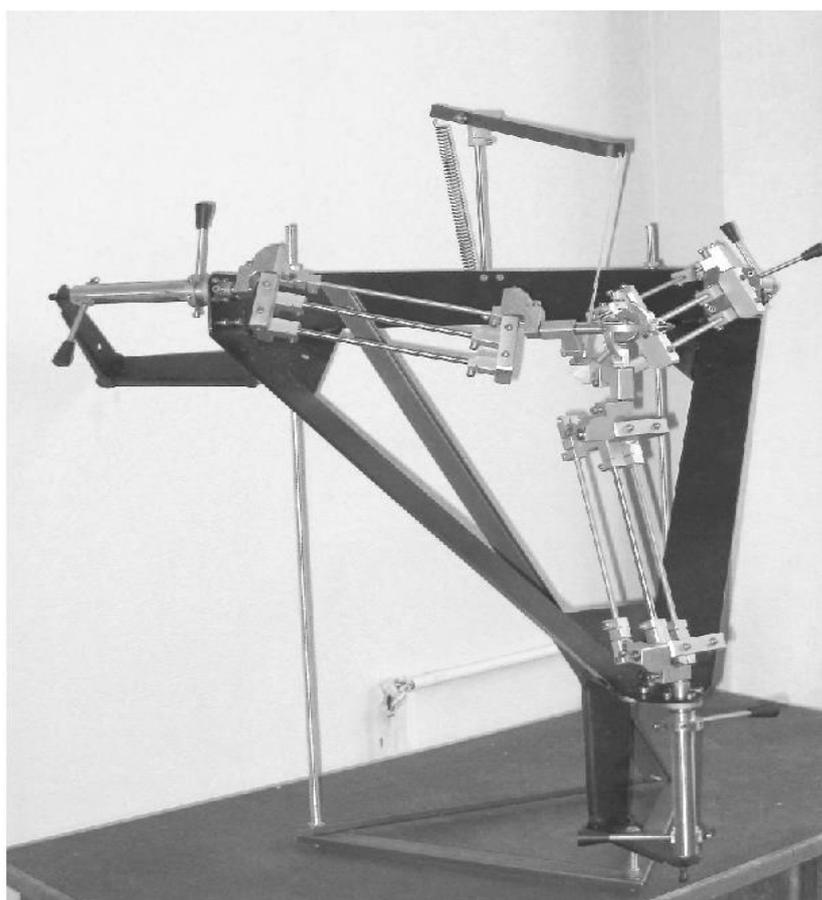


Рис.1.13

шарниров, соединенные жестким звеном так, что расстояние между осями установленных шарниров равно расстоянию между центрами крестовин

универсальных шарниров, при этом с наружными осями крестовин универсальных шарниров на выходах кинематических цепей соединены дополнительно установленные в опорах вращения на подвижной платформе ведущие валы механизма ориентации рабочего органа.

Для этого механизма характерна независимость поступательных перемещений подвижной платформы от угловых перемещений выходных валов блоков приводов, а также, независимость ориентации рабочего органа от осевых перемещений линейных приводов, то есть, групповая кинематическая развязка: индикаторная матрица шестого порядка распадается при этом на две независимые матрицы третьего порядка и имеет вид, представленный формулой (1.4). Такая развязка хоть и не является полной, все же дает некоторое упрощение аналитических выражений для решения задач о положениях.

1.3. Методы синтеза механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы и кинематической развязкой

Актуальность в последние годы приобрели исследования методов построения механизмов параллельной структуры, обладающих шестью степенями свободы. Один из наиболее простых способов синтеза подобных механизмов предполагает вычленение из шестистепенного манипулятора двух отдельных манипуляторов, на каждый из которых приходится по три степени подвижности, конструктивно связанных между собой. Один из этих трехстепенных механизмов обеспечивает только лишь поступательные перемещения подвижной платформы, тогда как другой придает рабочему органу исключительно вращательные движения. Примеры такого подхода приведены в [17].

Конструктивно такой механизм можно представить, как механизм-трипод, поступательно перемещающий подвижную платформу по трем координатам. На подвижной платформе расположен сферический механизм, обеспечивающий вращательные движения относительно трех координатных осей.

Такая компоновка механизма, обладая кинематической развязкой, однако, не лишена существенного недостатка: приводы сферического механизма

устанавливаются на подвижной платформе, увеличивая массу последней и тем самым ухудшая характеристики механизма. Учитывая вышеизложенное, предпочтительными с конструктивной точки зрения будут такие устройства, в которых все шесть приводных двигателей установлены на неподвижном основании.

Задача проектирования механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы не предполагает каких-либо особенных ограничений структуры. Главное требование к каждой из кинематических цепей: в разомкнутом состоянии в ней должно быть также шесть степеней свободы, что предполагает совместимость с произвольными перемещениями выходного звена. Кроме того, схема каждой кинематической цепи должна предоставлять возможность установки приводных механизмов на основании.

Также предпочтительными для использования являются те разомкнутые структуры на основе вращательных пар, которые обеспечивают явный вид решения обратной задачи о положениях, вследствие чего решение обратной задачи о положениях всего механизма параллельной структуры также будет представлено в явном виде.

В процессе синтеза (а также при последующем анализе кинематики механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы), возможны два принципиально различающихся подхода.

Наиболее простой подход заключается в том, что уже известный и ранее изученный трехстепенной механизм (например, трипод с поступательным движением платформы) [20], снабжается дополнительными тремя степенями свободы. Полученный в результате шестистепенной механизм при этом обладает достаточной конструктивной простотой. В качестве достоинства указанного подхода можно отметить то, что мы можем отталкиваться от «простой» схемы механизма параллельной структуры, при этом можно пользоваться известными пакетами программного обеспечения, быстро и качественно решающих прямую и обратную задачи о положениях и скоростях механизмов параллельной структуры.

При этом не следует игнорировать конструктивные схемы механизмов параллельной структуры, которые хотя бы обратную задачу о положениях позволяют решить в явном виде [35]. В действительности, утверждение об отсутствии трудностей при решении обратной задачи о положениях для механизмов параллельной структуры, далеко не всегда является верным. Простое решение обратной задачи о положениях для механизмов может быть получено быстро, то есть, без процедур итерации, в тех случаях, когда каждая кинематическая цепь в разомкнутом виде предусматривает явный вид решения обратной задачи о положениях.

Полагаясь на особенности геометрии механизма, довольно просто рассчитать величины координат приводных механизмов в зависимости от параметров положения и ориентации выходного звена. Намного более сложным представляется обратный процесс, то есть, выражение зависимости координат выходного звена механизма параллельной структуры от величин координат приводных механизмов, что означает решение прямой задачи кинематики.

При том, что существует множество готовых программ, позволяющих решать многомерные системы нелинейных трансцендентных уравнений, специалисты по разработке и исследованию механизмов параллельной структуры часто самостоятельно [97] прибегают к разработке подобных программ. Это позволяет разработчикам опираться на имеющиеся специфические особенности задачи: границы рабочего пространства, показатели близости особых положений, конкретные ограничения, касающиеся конфигураций механизма параллельной структуры и даже, в ряде случаев, на наличие аналитического решения для обратной задачи.

Ощутимую значимость решение прямой задачи о положениях механизма параллельной структуры приобретает, когда речь идет о проблемах точности; например, в целях аттестации ошибок изготовления элементов и неточности сборки в сочленениях механизма параллельной структуры, с использованием эталонных геометрических объектов [35]. Очевидно, что управление приводными механизмами должно быть основано на решениях обратной задачи механизма

параллельной структуры, при использовании не номинальных, а фактически аттестованных его параметров.

Второй подход к синтезу пространственных манипуляционных механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой (который в дальнейшем будет использован в данной работе) заключается в использовании замкнутых групп винтов [22, 23]. Суть данного подхода заключается в применении теоремы А. П. Котельникова, в соответствии с которой лишь замкнутые группы винтов образуют группы движений.

Применительно к теории механизмов параллельной структуры данную теорему можно трактовать следующим образом: если последовательная кинематическая цепь полностью соответствует замкнутой группе винтов, то твердое тело, связанное с такой кинематической цепью, не получит дополнительных связей при присоединении подобной структурной группы (кинематической цепи).

Поэтому, установив два механизма последовательно-параллельной структуры, соответствующие разным замкнутым группам винтов, можно получить кинематически развязанный механизм.

В ряде случаев, при таком подходе удастся установить двигатели либо на основании, либо близко к нему. Именно второй подход будет применен для структурно-геометрического синтеза механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой в данной работе.

ГЛАВА 2. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ НА ОСНОВЕ ЗАМКНУТЫХ ГРУПП ВИНТОВ

В данной главе приведены некоторые варианты механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой, построенных как совокупность механизмов, соответствующих различным замкнутым группам винтов.

2.1 Структурный синтез пространственных механизмов с кинематической развязкой

Рассмотрим механизмы параллельной структуры с шестью степенями свободы, обладающие свойством кинематической развязки. Условием развязки будем считать то, чтобы линейные двигатели обуславливали бы лишь поступательные перемещения выходного звена, а вращательные двигатели – лишь угловые перемещения. Если линейные двигатели зафиксированы, то положение центра выходного звена должно быть неизменно. Если зафиксированы вращательные приводы, то ориентация выходного звена должна быть неизменна. Используемый здесь подход к структурному синтезу основан на комбинации механизмов параллельной структуры с тремя степенями свободы.

Первый из рассматриваемых механизмов [17] имеет шесть степеней свободы и три соединительные кинематические цепи $3 P-P-P-R-R-R$ (рисунок 2.1.а), где P обозначает поступательную пару, а R – вращательную пару. Все три кинематических цепи содержат по одной приводной поступательной паре (линейному двигателю), установленной на основании, а также по две поступательных пары, в виде шарнирных параллелограммов, по одной приводной вращательной паре (вращательному двигателю), и по две неприводных вращательных пары. Вращательные пары своими осями пересекаются в точке O , она же является центром координатной системы. Эта точка подвижна, но направления осей координат неизменны.

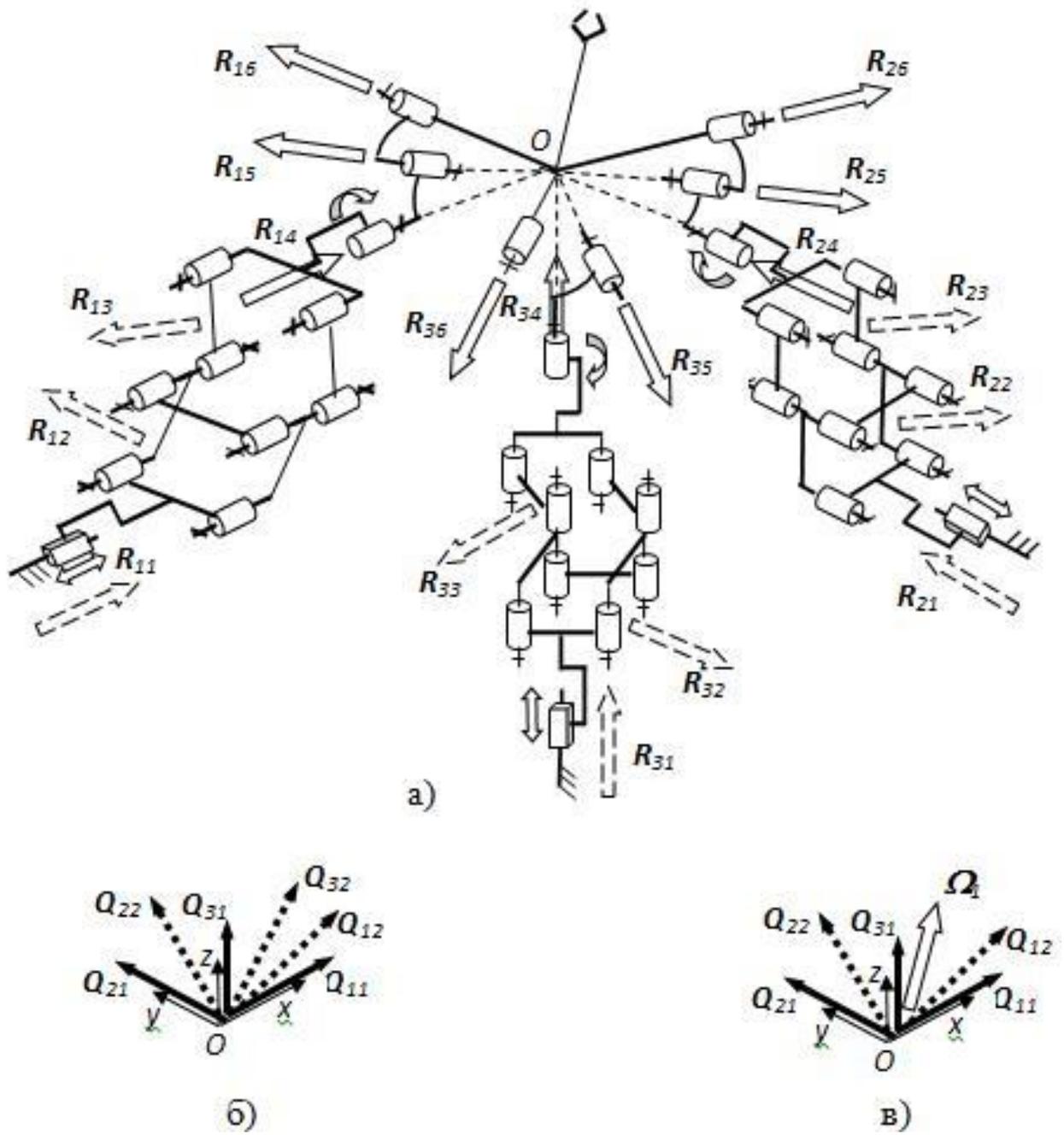


Рис. 2.1

Единичные винты осей кинематических пар: \mathbf{R}_{11} (0, 0, 0, 1, 0, 0), \mathbf{R}_{12} (0, 0, 0, 0, R_{12y} , R_{12z}), \mathbf{R}_{13} (0, 0, 0, 0, R_{13y} , R_{13z}), \mathbf{R}_{14} (1, 0, 0, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{15} (R_{15x} , R_{15y} , R_{15z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{16} (R_{16x} , R_{16y} , R_{16z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{21} (0, 0, 0, 0, 1, 0), \mathbf{R}_{22} (0, 0, 0, R_{22x} , 0, R_{22z}), \mathbf{R}_{23} (0, 0, 0, R_{23x} , 0, R_{23z}), \mathbf{R}_{24} (0, 1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{25} (R_{25x} , R_{25y} , R_{25z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{26} (R_{26x} , R_{26y} , R_{26z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{31} (0, 0, 0, 0, 0, 1), \mathbf{R}_{32} (0, 0, 0, R_{32x} , R_{32y} , 0), \mathbf{R}_{33} (0, 0, 0, R_{33x} , R_{33y} , 0). \mathbf{R}_{34} (0, 0, 1, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{35} (R_{35x} , R_{35y} , R_{35z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{36} (R_{36x} , R_{36y} , R_{36z} , 0, 0, 0). Винты \mathbf{R}_{i1} , \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} бесконечно большого параметра, винты \mathbf{R}_{i4} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} нулевого параметра ($i = 1, 2, 3$). Данный механизм обладает частичной изотропностью, так как любой из линейных двигателей соответствует одной из декартовых координат X, Y, Z . Кинематические винты движения выходного звена имеют следующий вид: Ω_1 (1, 0, 0, 0, 0, 0), Ω_2 (0, 1, 0, 0, 0, 0), Ω_3 (0, 0, 1, 0, 0, 0), Ω_4 (0, 0, 0, 1, 0, 0), Ω_5 (0, 0, 0, 0, 1, 0), Ω_6 (0, 0, 0, 0, 0, 1).

Особые положения для данного механизма, которые сопряжены с потерей одной или нескольких степеней свободы, возникают, если любые из шести винтов \mathbf{R}_{i1} , \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} , \mathbf{R}_{i4} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} ($i = 1, 2, 3$) зависимы линейно. Такое бывает, когда винты \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} параллельны, а также при компланарности любых трех винтов \mathbf{R}_{i4} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} . Например, при \mathbf{R}_{22} (0, 0, 0, 1, 0, 0) = \mathbf{R}_{23} (0, 0, 0, 1, 0, 0), есть один силовой винт связи, которую налагает вторая кинематическая цепь: Q (0, 0, 1, 0, 0, 0). Тогда есть только пять кинематических винтов, которые взаимны данному винту: Ω_1 (1, 0, 0, 0, 0, 0), Ω_2 (0, 1, 0, 0, 0, 0), Ω_3 (0, 0, 1, 0, 0, 0), Ω_4 (0, 0, 0, 1, 0, 0) и Ω_5 (0, 0, 0, 0, 1, 0). При компланарности единичных винтов \mathbf{R}_{14} (1, 0, 0, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{15} (R_{15x} , R_{15y} , R_{15z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{16} (R_{16x} , R_{16y} , R_{16z} , 0, 0, 0) имеет место один силовой винт, который налагает первая кинематическая цепь: Q (0, 0, 0, 0, Q_y , Q_z). Тогда существуют только пять кинематических винтов движения выходного звена: Ω_1 (1, 0, 0, 0, 0, 0), Ω_2 (ω_{2x} , ω_{2y} , ω_{2z} , 0, 0, 0), Ω_3 (0, 0, 0, 1, 0, 0), Ω_4 (0, 0, 0, 0, 1, 0), Ω_5 (0, 0, 0, 0, 0, 1). Параметр силового винта Q бесконечен, и этот винт перпендикулярен осям \mathbf{R}_{14} , \mathbf{R}_{15} , \mathbf{R}_{16} .

При зафиксированных приводах, координаты силовых винтов связей, которые налагаются кинематическими цепями (рисунок 2.1, б): Q_{11} (1, 0, 0, 0, 0, 0), Q_{12} (0, 0, 0, Q_{12x} , Q_{12y} , Q_{12z}), Q_{21} (0, 1, 0, 0, 0, 0), Q_{22} (0, 0, 0, Q_{22x} , Q_{22y} , Q_{22z}), Q_{31} (0, 0, 1,

$0, 0, 0)$, $Q_{32} (0, 0, 0, Q_{32x}, Q_{32y}, Q_{32z})$. Винты Q_{i1} и Q_{i2} относятся к i -той кинематической цепи. Силовые винты Q_{i1} с нулевым параметром, винты Q_{i2} с бесконечно большим параметром ($i = 1, 2, 3$).

Также существуют такие особые положения, которые соответствуют неконтролируемой подвижности выходного звена. Это случается тогда, когда силовые винты $Q_{11}, Q_{12}, Q_{21}, Q_{22}, Q_{31}, Q_{32}$ приобретают линейную зависимость. Например, когда компланарны силовые винты Q_{12}, Q_{22}, Q_{32} (рис. 2.1, в). При этом имеет место кинематический винт с нулевым параметром $\Omega (\omega_x, \omega_y, \omega_z, 0, 0, 0)$, с осью, перпендикулярной осям винтов Q_{12}, Q_{22}, Q_{32} так, что этот винт взаимен винтам $Q_{11}, Q_{12}, Q_{21}, Q_{22}, Q_{31}, Q_{32}$.

Найдем число степеней свободы по формуле Сомова-Малышева [10, стр.35]:

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.1)$$

где w - число степеней свободы механизма;

n - число подвижных звеньев механизма;

p_k - число кинематических пар k -го класса.

В данном случае будем считать, что каждый параллелограммный механизм представляет собой поступательную кинематическую пару. Здесь приводная поступательная пара соединена с первым промежуточным звеном, оно через параллелограммный механизм соединено со вторым промежуточным звеном, которое также через параллелограммный механизм соединено с третьим промежуточным звеном, а оно через вращательную пару соединено с четвертым промежуточным звеном. Последнее также через вращательную пару соединено с пятым промежуточным звеном, а пятое соединено с шестым (выходным) звеном также через вращательную пару. Итого имеем 5 промежуточных звеньев, выходное звено и по 6 пар 5-го класса в каждой из трех цепей. В данном случае число степеней свободы по формуле Сомова-Малышева: $6 \times (15+1) - 3 \times 6 \times 5 = 6$.

Теперь проанализируем еще один похожий шестикоординатный механизм [17], имеющий также три соединительных кинематических цепи $3R-R-R-P-P-P$ (рисунок 2.2, а), в котором приводы вращения установлены на основании, а поступательные приводы - на подвижных звеньях.

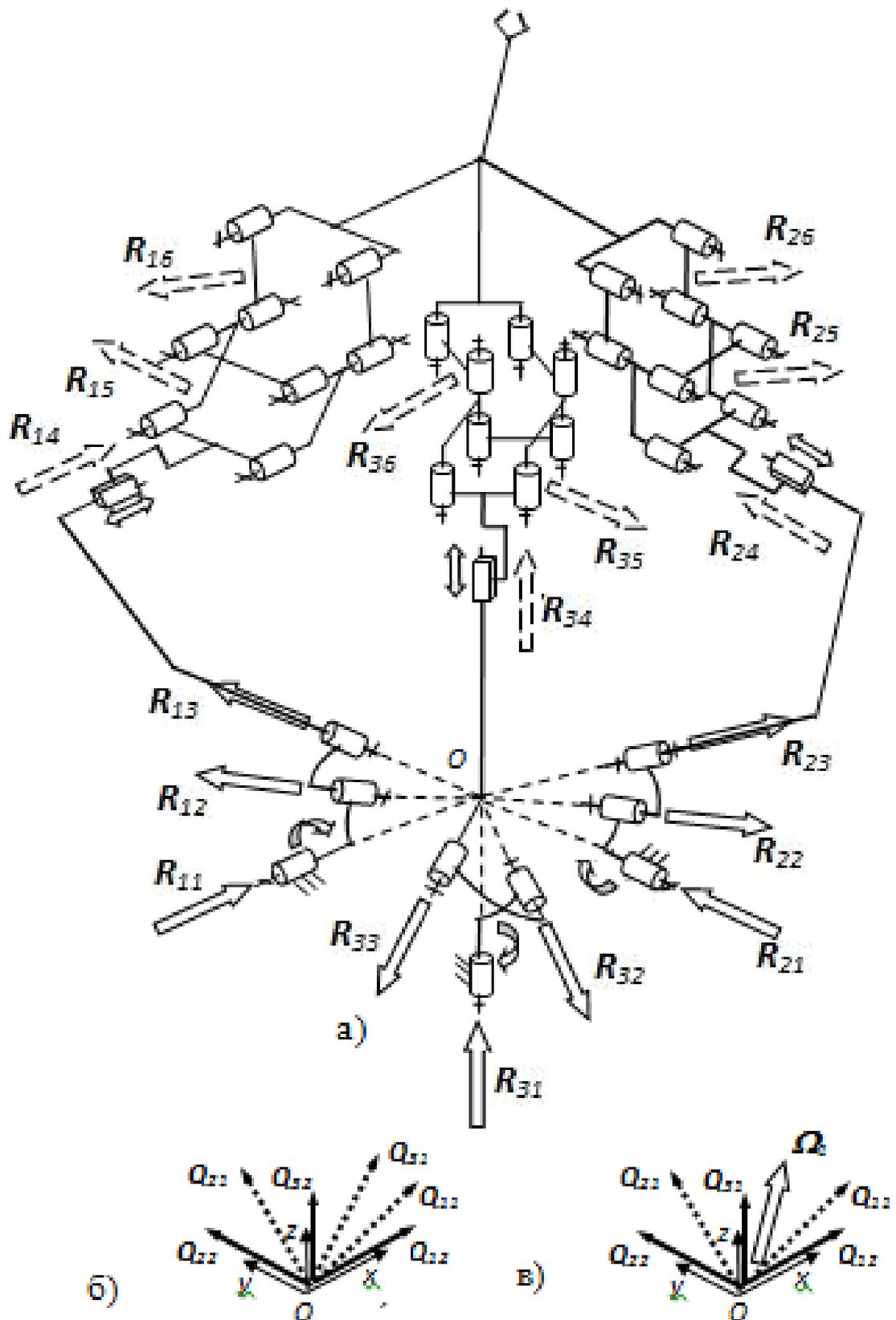


Рис. 2.2

. Все кинематические цепи включают по одной приводной вращательной паре (привод вращения), установленной на основании, по две неприводные вращательные пары, по одной приводной поступательной паре (линейный привод) и по две поступательных пары, выполненных как шарнирные параллелограммы. Все вращательные пары своими осями пересекаются в точке O , которая принята за центр системы координат. Точка O неподвижна, при этом направления координатных осей меняются в соответствии с направлениями осей поступательных приводов. Координаты единичных винтов осей кинематических пар: $\mathbf{R}_{11}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{12}(R_{12x}, R_{12y}, R_{12z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{13}(R_{13x}, R_{13y}, R_{13z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{14}(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{15}(0, 0, 0, 0, R_{15y}, R_{15z})$, $\mathbf{R}_{16}(0, 0, 0, 0, R_{16y}, R_{16z})$, $\mathbf{R}_{21}(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{22}(R_{22x}, R_{22y}, R_{22z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{23}(R_{23x}, R_{23y}, R_{23z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{24}(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\mathbf{R}_{25}(0, 0, 0, R_{25x}, 0, R_{25z})$, $\mathbf{R}_{26}(0, 0, 0, R_{26x}, 0, R_{26z})$, $\mathbf{R}_{31}(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{32}(R_{32x}, R_{32y}, R_{32z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{33}(R_{33x}, R_{33y}, R_{33z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{34}(0, 0, 0, 0, 0, 1)$, $\mathbf{R}_{35}(0, 0, 0, R_{35x}, R_{35y}, 0)$, $\mathbf{R}_{36}(0, 0, 0, R_{36x}, R_{36y}, 0)$. Винты \mathbf{R}_{11} , \mathbf{R}_{12} , \mathbf{R}_{13} обладают нулевым параметром, параметр винтов \mathbf{R}_{i4} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} бесконечен ($i = 1, 2, 3$). Частичная динамическая развязка присуща данному механизму, поскольку положение точки O неизменно и не зависит от перемещений поступательных приводов. Кинематические винты движения выходного звена представлены следующим образом: $\mathbf{\Omega}_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_3(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_4(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_5(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\mathbf{\Omega}_6(0, 0, 0, 0, 0, 1)$.

Механизму присущи, в частности, особые положения, при которых происходит потеря одной или нескольких степеней свободы, Это случается, когда любым шести винтам \mathbf{R}_{i1} , \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} , \mathbf{R}_{i4} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} ($i = 1, 2, 3$) присуща линейная зависимость. Это получается, когда \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} параллельны, или если любая тройка винтов \mathbf{R}_{i1} , \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} компланарна. Например, когда $\mathbf{R}_{25}(0, 0, 0, 1, 0, 0) = \mathbf{R}_{26}(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ имеет место один силовой винт связи, которую налагает вторая кинематическая цепь: $\mathbf{Q}(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, при этом только пять кинематических винтов, взаимны по отношению к данному винту: $\mathbf{\Omega}_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_3(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_4(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ и $\mathbf{\Omega}_5(0, 0, 0, 0, 1, 0)$. При компланарности единичных винтов $\mathbf{R}_{11}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{12}(R_{12x}, R_{12y}, R_{12z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{13}(R_{13x}, R_{13y}, R_{13z}, 0, 0, 0)$, существует один силовой винт связи налагаемой первой кинематической

цепью: $Q(0, 0, 0, 0, Q_y, Q_z)$, и тогда существуют лишь пять кинематических винтов движения выходного звена: $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\Omega_2(\omega_{2x}, \omega_{2y}, \omega_{2z}, 0, 0, 0)$, $\Omega_3(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\Omega_4(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\Omega_5(0, 0, 0, 0, 0, 1)$. Силовой винт с бесконечным параметром: Q , перпендикулярен по отношению к осям R_{11} , R_{12} , R_{13} .

При зафиксированных приводах, координаты силовых винтов связей, которые налагают кинематические цепи, (рисунок 2.2, б): $Q_{11}(0, 0, 0, Q_{11x}, Q_{11y}, Q_{11z})$, $Q_{12}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $Q_{21}(0, 0, 0, Q_{21x}, Q_{21y}, Q_{21z})$, $Q_{22}(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $Q_{31}(0, 0, 0, Q_{31x}, Q_{31y}, Q_{31z})$, $Q_{32}(0, 0, 1, 0, 0, 0)$. i -ая цепь накладывает силовые винты Q_{i1} и Q_{i2} . Винты бесконечного параметра Q_{i1} , винты нулевого параметра Q_{i2} ($i = 1, 2, 3$). Винты Q_{i1} по отношению к винтам R_{i2} и R_{i3} перпендикулярны.

Неуправляемой мгновенной подвижности выходного звена соответствуют особые положения, в которых силовые винты Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} , Q_{22} , Q_{31} , Q_{32} характеризуются линейной зависимостью. Это случается, когда компланарны силовые винты Q_{11} , Q_{21} , Q_{31} (рисунок 2.2, в). При этом имеет место кинематический винт с нулевым параметром $\Omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z, 0, 0, 0)$, с осью, перпендикулярной к осям винтов Q_{11} , Q_{21} , Q_{31} , который, соответственно, взаимен по отношению к винтам Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} , Q_{22} , Q_{31} , Q_{32} .

Найдем число степеней свободы для этого механизма.

В нем приводная вращательная пара соединена с первым промежуточным звеном, через вращательную пару оно соединено со вторым промежуточным звеном, которое, также через вращательную пару, соединено с третьим промежуточным звеном, последнее через параллелограммный механизм соединено с четвертым промежуточным звеном. Это звено, в свою очередь, также через параллелограммный механизм, соединено с пятым промежуточным звеном, а оно соединено с шестым (выходным) звеном через еще один параллелограммный механизм. Итого имеем 16 звеньев, и 18 пар 5-го класса. В данном случае число степеней свободы в соответствии с формулой (2.1): $6 \times 16 - 18 \times 5 = 6$.

Синтез двух вышеприведенных шестикоординатных пространственных механизмов был осуществлен последовательным соединением поступательно-направляющего и сферического механизмов, как было показано в (1.3), и является

наиболее простым решением, которое обладает существенным недостатком – приводы размещены на подвижных звеньях механизма, далеко от основания. Гораздо более рациональным является расположение приводов, максимально близкое к основанию. Как оказалось, возможно такое расположение линейного и вращательного приводов, что их оси совпадают. Приведем пример шестистепенного механизма [50], основанного на трех соединительных кинематических цепях 3 R - P - P - P - R - R (рисунок 2.3, а), в нем вращательные приводы расположены на основании, поступательные двигатели соосны с ними. В каждую кинематическую цепь входит по одной приводной вращательной паре (вращательному приводу), размещенному на основании, одной приводной поступательной паре (линейному приводу), по две поступательные пары, выполненные, как шарнирные параллелограммы, а также по две неприводные вращательные пары. Все неприводные вращательные пары своими осями пересекаются в точке O , которая принята в качестве центра системы координат. Точка O подвижна, но координатные оси не меняют направления и соответствуют направлениям осей приводов. Координаты единичных винтов осей кинематических пар: $\mathbf{R}_{11}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{12}(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{13}(0, 0, 0, 0, R_{13y}, R_{13z})$, $\mathbf{R}_{14}(0, 0, 0, 0, R_{14y}, R_{14z})$, $\mathbf{R}_{15}(R_{15x}, R_{15y}, R_{15z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{16}(R_{16x}, R_{16y}, R_{16z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{21}(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{22}(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\mathbf{R}_{23}(0, 0, 0, R_{23x}, 0, R_{23z})$, $\mathbf{R}_{24}(0, 0, 0, R_{24x}, 0, R_{24z})$, $\mathbf{R}_{25}(R_{25x}, R_{25y}, R_{25z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{26}(R_{26x}, R_{26y}, R_{26z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{31}(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{32}(0, 0, 0, 0, 0, 1)$, $\mathbf{R}_{33}(0, 0, 0, R_{33x}, R_{33y}, 0)$, $\mathbf{R}_{34}(0, 0, 0, R_{34x}, R_{34y}, 0)$, $\mathbf{R}_{35}(R_{35x}, R_{35y}, R_{35z}, 0, 0, 0)$, $\mathbf{R}_{36}(R_{36x}, R_{36y}, R_{36z}, 0, 0, 0)$. Винты \mathbf{R}_{11} , \mathbf{R}_{15} , \mathbf{R}_{16} – с нулевым параметром, винты \mathbf{R}_{12} , \mathbf{R}_{13} , \mathbf{R}_{14} – с бесконечным параметром ($i = 1, 2, 3$). Движение выходного звена представлено следующими шестью винтами: $\mathbf{\Omega}_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_3(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_4(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\mathbf{\Omega}_5(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\mathbf{\Omega}_6(0, 0, 0, 0, 0, 1)$. При зафиксированных вращательных приводах, линейные приводы перемещают выходное звено при неизменной его ориентации, аналогично тому, как имеет место в поступательно-направляющем механизме. В этом случае работают поступательные кинематические пары, которые соответствуют винтам \mathbf{R}_{12} , \mathbf{R}_{13} , \mathbf{R}_{14} .

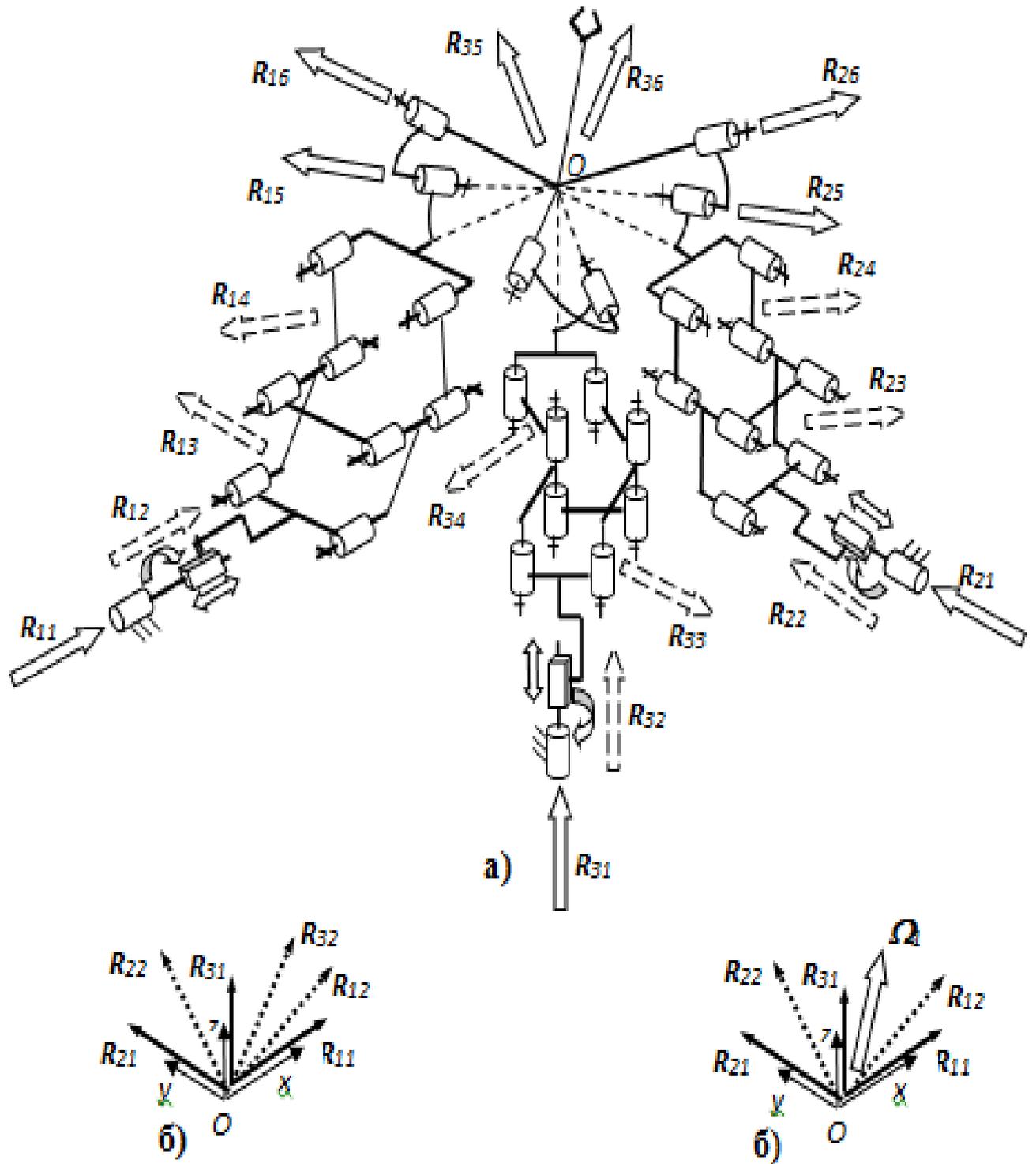


Рис. 2.3

При зафиксированных линейных приводах, вращательные приводы совершают угловые вращения выходного звена, подобно тому, как это происходит в сферическом механизме. В этом случае работают вращательные пары, которые соответствуют винтам R_{i1} , R_{i5} , R_{i6} , при этом передача вращения происходит посредством параллелограммов, так же, как это осуществляется в плоском механизме или в четырехстепенном механизме.

Здесь, как и в предыдущих примерах, возникают особые положения, характеризующиеся потерей одной или нескольких степеней свободы, что происходит, когда шесть винтов R_{i1} , R_{i2} , R_{i3} , R_{i4} , R_{i5} , R_{i6} ($i = 1, 2, 3$) становятся линейно зависимыми. Это получается, когда винты R_{i3} , R_{i4} параллельны или когда три винта R_{i1} , R_{i5} , R_{i6} компланарны. К примеру, при $R_{23}(0, 0, 0, 1, 0, 0) = R_{24}(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, существует один силовой винт связи, которую налагает вторая кинематическая цепь: $Q(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, и существуют только пять кинематических винтов, взаимных по отношению к данному винту: $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\Omega_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $\Omega_3(0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $\Omega_4(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ и $\Omega_5(0, 0, 0, 0, 1, 0)$. При компланарности единичных винтов $R_{11}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $R_{15}(R_{12x}, R_{12y}, R_{12z}, 0, 0, 0)$, $R_{16}(R_{13x}, R_{13y}, R_{13z}, 0, 0, 0)$, существует один силовой винт связи, которая налагается первой кинематической цепью: $Q(0, 0, 0, 0, Q_y, Q_z)$, тогда для движения выходного звена существует только пять кинематических винтов: $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $\Omega_2(\omega_{2x}, \omega_{2y}, \omega_{2z}, 0, 0, 0)$, $\Omega_3(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $\Omega_4(0, 0, 0, 0, 1, 0)$, $\Omega_5(0, 0, 0, 0, 0, 1)$. Силовой винт Q перпендикулярен осям R_{11} , R_{15} , R_{16} и обладает бесконечно большим параметром.

При зафиксированных приводах, силовые винты связей, которые налагают кинематические цепи, обладают координатами (рисунок 2.3, б): $Q_{11}(0, 0, 0, Q_{11x}, Q_{11y}, Q_{11z})$, $Q_{12}(1, 0, 0, 0, 0, 0)$, $Q_{21}(0, 0, 0, Q_{21x}, Q_{21y}, Q_{21z})$, $Q_{22}(0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $Q_{31}(0, 0, 0, Q_{31x}, Q_{31y}, Q_{31z})$, $Q_{32}(0, 0, 1, 0, 0, 0)$. i -той цепью наложены силовые винты Q_{i1} и Q_{i2} . Параметр винтов Q_{i1} бесконечен, у винтов Q_{i2} параметр нулевой ($i = 1, 2, 3$). При этом винты Q_{i1} перпендикулярны по отношению к винтам R_{i5} и R_{i6} .

В данном случае существуют особые положения, с присущей им неуправляемой мгновенной подвижностью выходного звена. Они возникают, когда силовые винты Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} , Q_{22} , Q_{31} , Q_{32} приобретают линейную зависимость.

Такое получается, когда есть компланарность силовых винтов Q_{11} , Q_{21} , Q_{31} (рисунок 2.3, в). При этом имеет место кинематический винт с нулевым параметром $\Omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z, 0, 0, 0)$, с осью, перпендикулярной осям винтов Q_{11} , Q_{21} , Q_{31} и который, вследствие этого, взаимен по отношению ко всем винтам Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} , Q_{22} , Q_{31} , Q_{32} .

Это – пример кинематически развязанного и изотропного механизма. Каждый линейный привод осуществляет движение выходного звена по направлению одной из декартовых координат. Помимо этого, в каждой кинематической цепи начальное звено первого и конечное звено второго параллелограммного механизма соединены соответственно с линейным приводом и с неприводной вращательной парой в серединах соответствующих звеньев параллелограммов, а конечное звено первого и начальное звено второго параллелограмма совпадают. Это связано с тем, что вращательные приводы обеспечивают ориентацию выходного звена, а линейные приводы определяют его положение. Отметим, что оси винтов R_{i1} и R_{i2} могут и не совпадать, при этом оси винтов R_{i3} и R_{i4} и ось винта R_{i1} должны быть перпендикулярны друг другу.

Рассмотренный механизм подобен механизму с поступательными парами, но в этом случае функцию последних выполняют шарнирные параллелограммы. Преимущество такой конструкции состоит в том, что передача вращательных движений на выходное звено происходит при отсутствии линейных смещений, характерных для поступательных пар.

Найдем для этого механизма число степеней свободы.

В данном случае приводная вращательная пара соединена с первым промежуточным звеном, которое через поступательную пару соединено со вторым промежуточным звеном, а оно через параллелограммный механизм соединено с третьим промежуточным звеном, третье также через параллелограммный механизм соединено с четвертым промежуточным звеном. Последнее через вращательную пару соединено с пятым промежуточным звеном, а оно соединено с шестым (выходным) звеном также через вращательную пару. Итого имеем 16 звеньев, и

18 пар 5-го класса. В данном случае число степеней свободы в соответствии с формулой (2.1): $6 \times 16 - 18 \times 5 = 6$.

Таким образом, все механизмы имеют по шесть степеней свободы.

2.2. Варианты механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы и кинематической развязкой

В данном параграфе представим механизмы параллельной структуры с кинематической развязкой, у которых параллелограммные механизмы могут быть заменены на ременные передачи, либо на зубчатые передачи, состоящие каждая из трех шестерен, где первая и последняя шестерни имеют одинаковое число зубьев. Вначале покажем, что указанная замена соответствует параллелограммному механизму.

Рассмотрим механизм (рисунок 2.4), состоящий из трёх шестерен, находящихся в зацеплении, с осями, закрепленными на подвижном звене. Первая и третья шестерни имеют одинаковое количество зубьев. Соотношение угловых скоростей в соответствии с формулой Виллиса [10,стр.168]:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{Z_3}{Z_1} = 1, \quad (2.2)$$

где ω_1 и ω_3 – угловые скорости 1-й и 3-й шестерен;

ω_H – угловая скорость подвижного звена

Z_1 и Z_3 – число зубьев 1-й и 3-й шестерен.

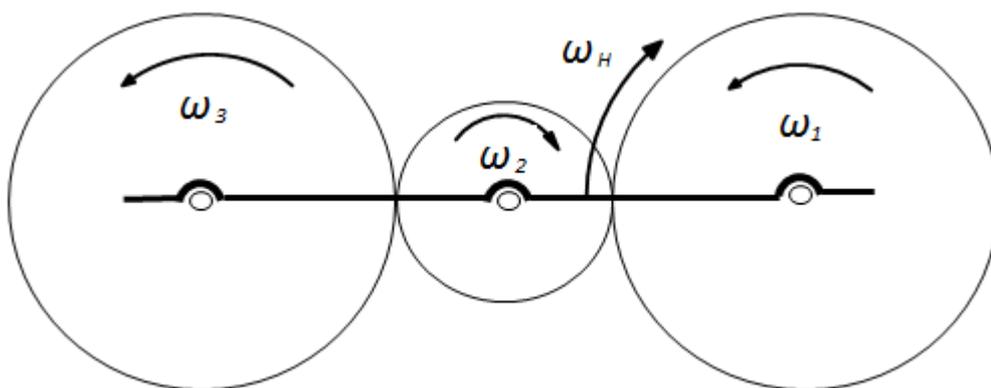


Рис 2.4

Учитывая соотношение числа зубьев 1-й и 3-й шестерен, получаем при любых соотношениях угловых скоростей 1-й шестерни и подвижного звена, $\omega_1 = \omega_3$. В частном случае, при закреплённой на основании первой шестерне, третья всегда будет перемещаться поступательно, то есть без вращения относительно основания. Такое движение аналогично движению выходного звена шарнирного параллелограмма, что позволяет использовать такой механизм в качестве замены последнего при создании кинематических цепей механизмов.

В соответствии с вышеизложенным, рассмотрим пространственный механизм (рисунок 2.5) [51]. Основание 1 соединяется с выходным звеном 2 тремя кинематическими цепями, в каждой из которых есть привод вращательного движения 3 и привод поступательного движения 4, установленные с параллельными осями, а также входное звено 5, промежуточное звено 6 и два шарнира 7, оси которых пересекаются в точке C выходного звена 2. В каждой из кинематических цепей - две последовательно установленные зубчатые передачи 8, 9, состоящие из трех зубчатых колес, расположенных в плоскости, перпендикулярной оси приводов 3 и 4, входящих в ту же кинематическую цепь. Начальное колесо 10 первой зубчатой передачи 8 соединено с входным звеном 5, а ее конечное колесо 11 соединено с начальным колесом второй зубчатой передачи 9, у которой конечное колесо 12 соединено с промежуточным звеном 6, ось которого параллельна осям приводов 3, 4 и проходит через точку C , где пересекается с двумя другими осями шарниров 7.

Возможны два варианта сопряжения зубчатых передач. В первом варианте (рисунок 2.5) конечное колесо 11 первой зубчатой передачи 8 установлено на одном валу с начальным колесом второй зубчатой передачи 9. Во втором варианте (рисунок 2.6) одно зубчатое колесо 11 является общим для первой и второй зубчатой передачи [52]. Во время работы от привода вращательного движения 3 и привода поступательного движения 4 вращается и перемещается входное звено 5, передавая движение начальному колесу 10 первой зубчатой передачи 8, а следовательно, и ее конечному колесу 11, далее через вторую зубчатую передачу 9, движение передается ее конечному колесу 12, а через него - и промежуточному

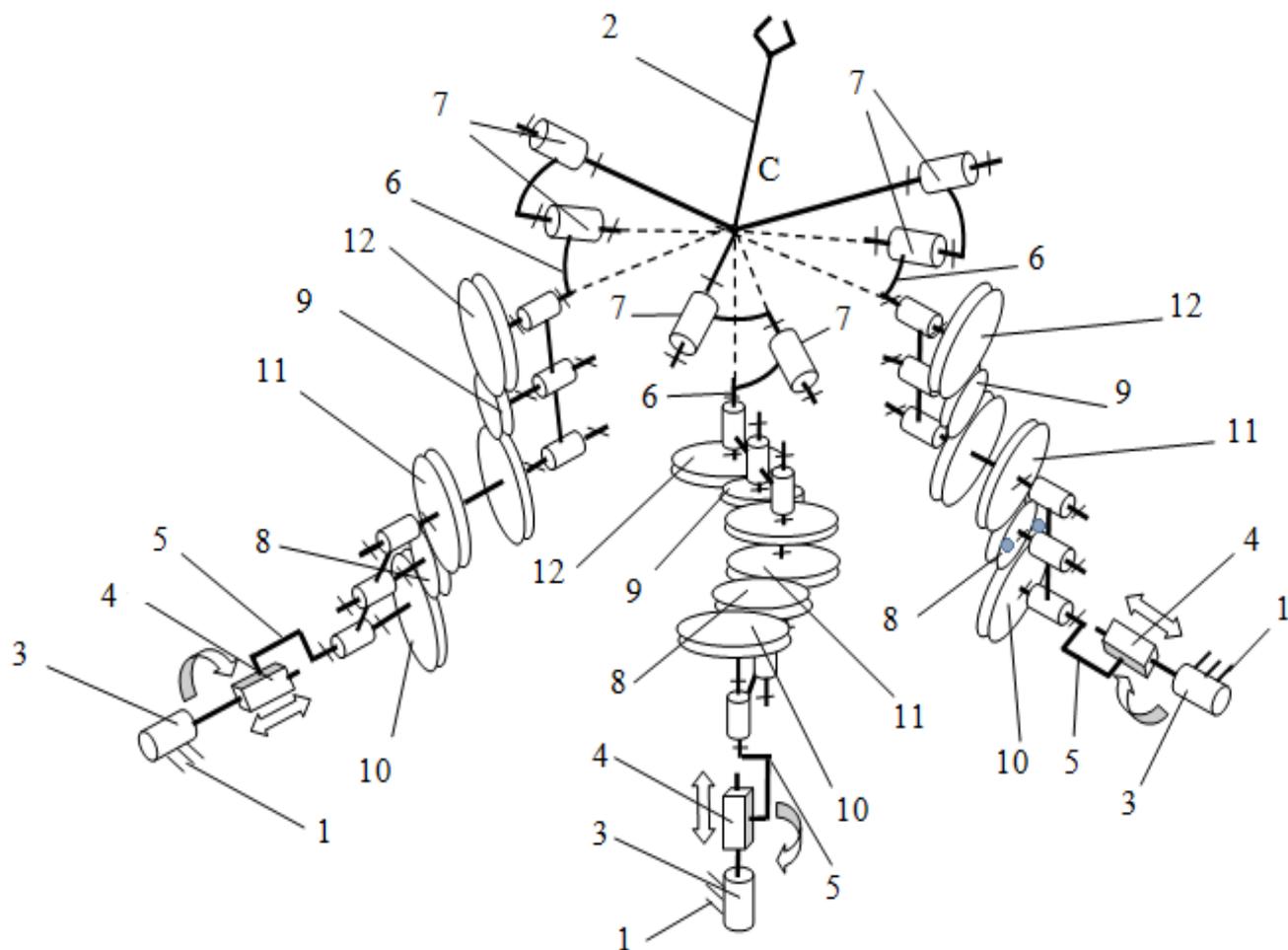


Рис 2.5.

звену 6, потом от него через шарниры 7 - к выходному звену 2. Таким образом, выходное звено 2 механизма перемещается относительно основания 1 по шести координатам посредством трех соединительных кинематических цепей.

Кинематическая развязка осуществляется следующим образом. При действии привода вращательного движения 3 вращение передается на входное звено 5, через него вращение передается начальному колесу 10 первой зубчатой передачи 8, а затем через зубчатую передачу 9, передается конечному колесу 12, через него промежуточному звену 6, а затем через шарнир 7 – выходному звену 2. Поскольку обе зубчатые передачи 8, 9 в кинематической цепи имеют

передаточные отношения, равные единице, и расположены в плоскостях, перпендикулярных оси привода 3, и ось промежуточного звена 6 параллельна осям приводов 3, 4, то вращение передается от привода 3 на промежуточное звено 6, а следовательно, и на выходное звено 2 с передаточным отношением, равным единице. Поскольку каждое из трех промежуточных звеньев 6 установлено с пересечением в точке *C* осей всех шарниров 7, то при работе каждого вращательного привода 3 имеют место вращения в шарнирах 7 соответствующей кинематической цепи и вращение выходного звена 2 вокруг точки *C* происходит без изменения ее положения.

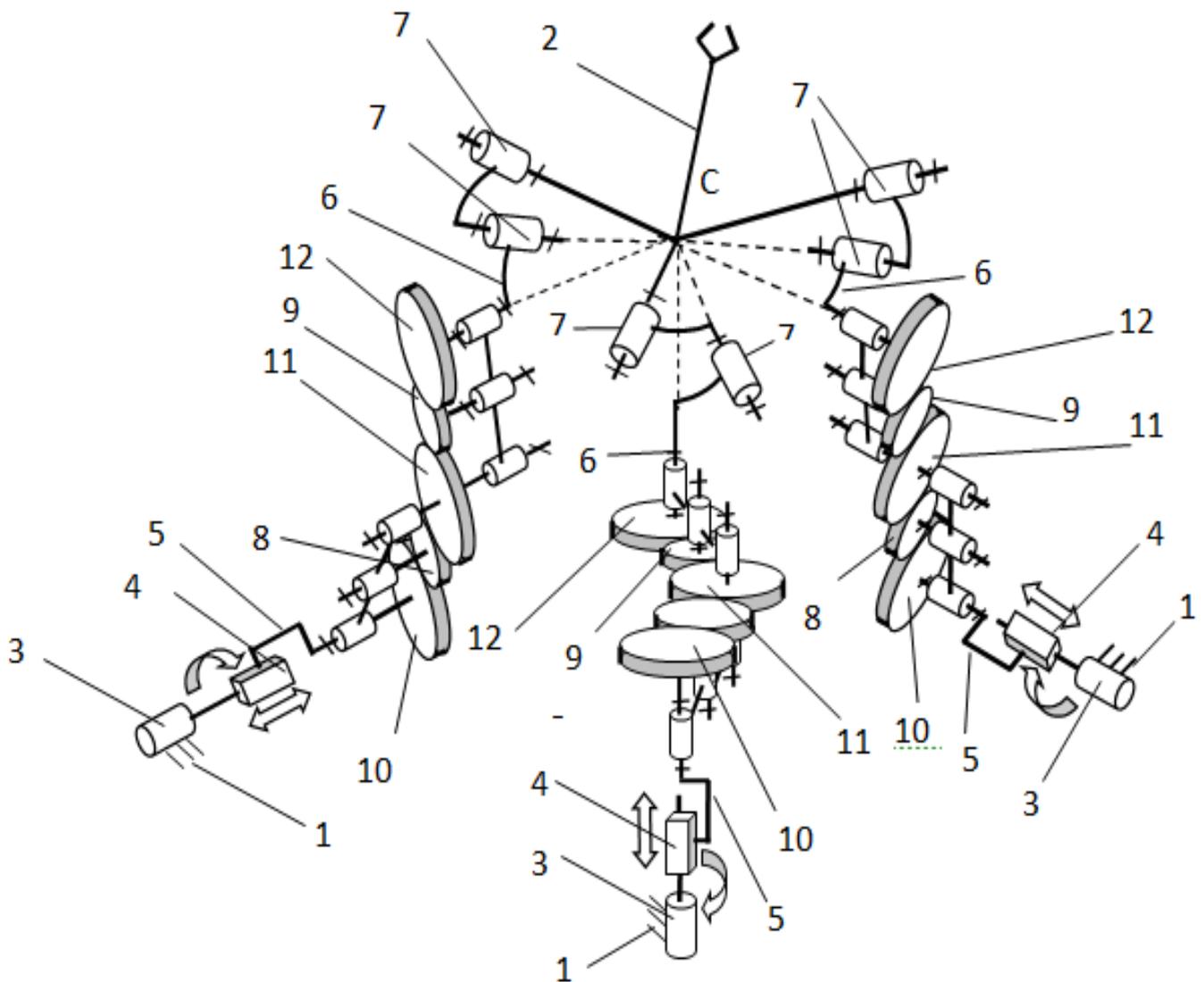


Рис.2.6

При действии каждого из приводов поступательное движение передается на входное звено 5, потом через обе зубчатых передачи 8 и 9, и через них промежуточному звену 6, потом через шарнир 7 поступательное движение передается выходному звену 2 (при этом отсутствует вращение в зубчатых передачах и в шарнире 7). Поскольку обе зубчатые передачи 8 и 9 расположены в плоскости, перпендикулярной оси привода 4, то каждый поступательный привод 4 обеспечивает поступательное движение звена 6, всех зубчатых колес данной кинематической цепи в направлении, перпендикулярном плоскости зубчатых передач 8 и 9. То же самое происходит и в двух других кинематических цепях. Это ведет к поступательному движению звена 2 при отсутствии его вращения.

Одним из важных свойств механизма является изоморфность, то есть постоянство передаточного отношения между перемещениями приводов поступательного движения и перемещениями выходного звена по соответствующей координате. Она достигается тем, что оси приводов поступательного движения 4 каждой кинематической цепи установлены взаимно ортогонально друг другу. Поскольку зубчатые передачи 8 и 9 каждой кинематической цепи расположены в плоскостях, перпендикулярных осям соответствующих приводов 4, то при поступательном перемещении в каждом приводе для данной кинематической цепи имеет место поступательное перемещение звена 6, колёс 11, 12 в направлении, перпендикулярном плоскостям зубчатых передач 8 и 9 данной кинематической цепи. В двух других кинематических цепях имеют место поступательные движения звена 6, колёс 11, 12 в плоскостях соответствующих зубчатых передач 8 и 9. Взаимная ортогональность приводов поступательного движения 4 трех кинематических цепей обуславливает поступательное движение выходного звена 2 только вдоль оси перемещения соответствующего привода поступательного движения 4 с постоянным передаточным отношением, равным единице.

Рассмотрим еще один подобный механизм (рисунок 2.7) [53]. Основание 1 соединяется с выходным звеном 2 тремя кинематическими цепями, в каждой из

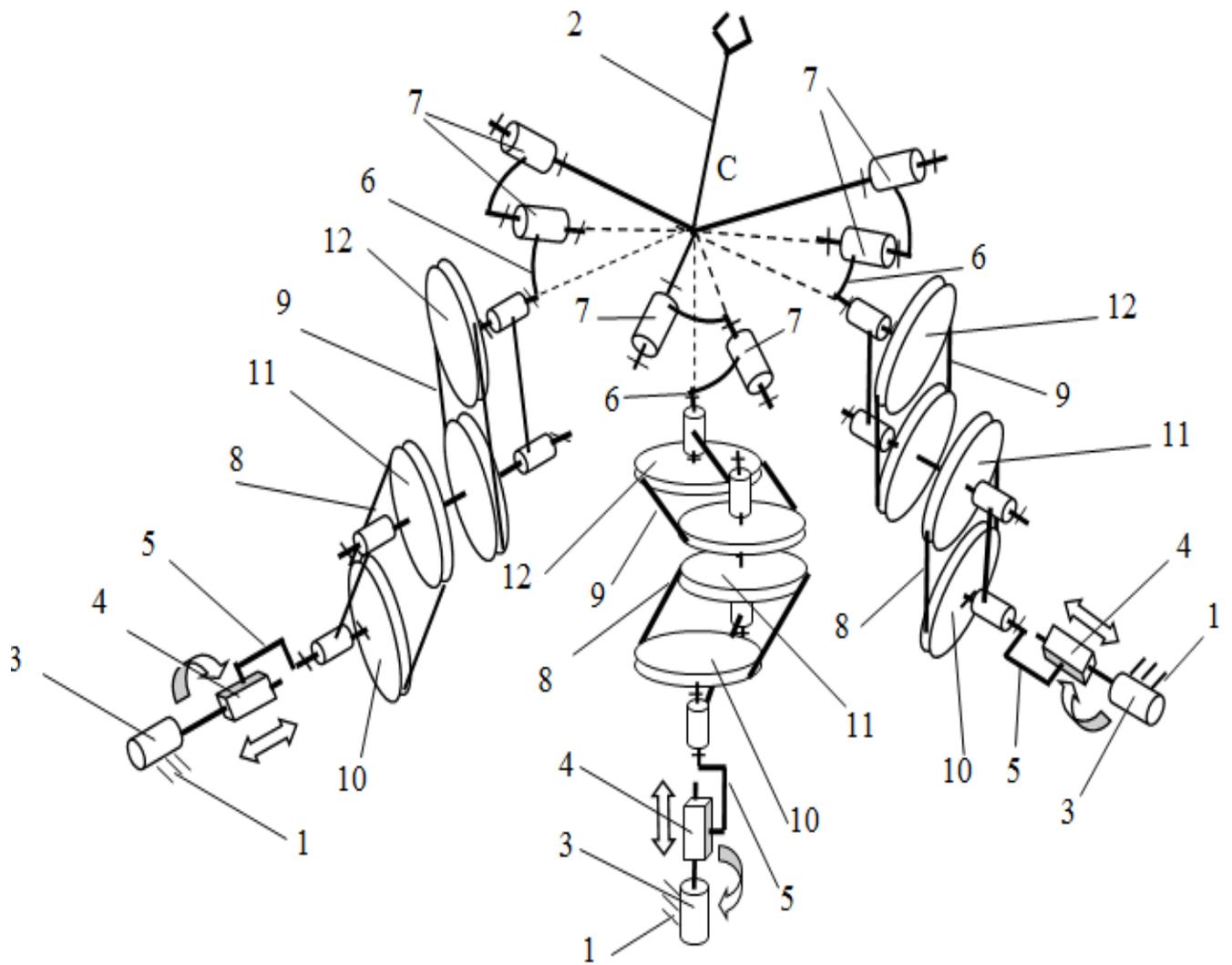


Рис.2.7

которых есть привод вращательного движения 3 и привод поступательного движения 4, установленные с параллельными осями, а также входное звено 5, промежуточное звено 6 и два шарнира 7, оси которых пересекаются в точке C выходного звена 2. В каждой из кинематических цепей – две последовательно установленные передачи с гибкой связью 8, 9, состоящие каждая из двух шкивов, расположенных в плоскости, перпендикулярной оси приводов 3 и 4, входящих в ту же кинематическую цепь. Начальный шкив 10 первой передачи 8 соединен с входным звеном 5, а ее конечный шкив 11 соединен с начальным шкивом второй

передачи 9, у которой конечный шкив 12 соединен с промежуточным звеном 6, ось которого параллельна осям приводов 3, 4 и проходит через точку C , где пересекается с двумя другими осями шарниров 7.

При работе механизма движение от вращательного привода 3 и привода поступательного движения 4 вращается и перемещается входное звено 5, передавая движение начальному шкиву 10 первой передачи 8, а следовательно, и ее конечному шкиву, далее через передачу 9, движение передается ее конечному шкиву 12, а через него – и промежуточному звену 6, потом от него через шарниры 7 – к выходному звену 2. Таким образом, выходное звено 2 механизма перемещается относительно основания 1 по всем шести координатам.

Кинематическая развязка осуществляется следующим образом. При действии привода вращательного движения 3 вращение передается на входное звено 5, через него вращение передается начальному шкиву 10 первой передачи с гибкой связью 8, а затем через передачу 9, передается конечному шкиву 12, через него промежуточному звену 6, а затем через шарнир 7 – выходному звену 2. Поскольку обе передачи 8, 9 в кинематической цепи имеют передаточные отношения, равные единице, расположены в плоскостях, перпендикулярных оси привода 3, а ось промежуточного звена 6 параллельна осям приводов 3, 4, то вращение передается от привода 3 на промежуточное звено 6, а следовательно, и на выходное звено 2 с передаточным отношением, равным единице.

Поскольку каждое из трех промежуточных звеньев 6 установлено с пересечением в точке C осей всех шарниров 7, то при работе каждого вращательного привода 3 имеют место вращения в шарнирах 7 соответствующей кинематической цепи, и вращение выходного звена 2 вокруг точки C происходит без изменения ее положения. При действии каждого из приводов поступательного движения оно передается на входное звено 5, потом через обе передачи 8 и 9, и через них промежуточному звену 6, потом через шарнир 7 поступательное движение передается выходному звену 2 (при этом отсутствует вращение в передачах и в шарнире 7). Поскольку обе передачи 8 и 9 расположены в плоскости, перпендикулярной оси привода 4, то каждый поступательный привод 4

обеспечивает поступательное движение звена 6, а также всех шкивов данной кинематической цепи в направлении, перпендикулярном плоскости передач 8 и 9. То же самое происходит и в двух других кинематических цепях. Это обуславливает поступательное движение выходного звена 2 при отсутствии его вращения.

Этот механизм также является изоморфным, то есть имеющим постоянное передаточное отношение между перемещением привода поступательного движения и перемещением выходного звена по соответствующей координате. Это достигается тем, что оси приводов поступательного движения 4 каждой кинематической цепи установлены взаимно ортогонально друг другу. Поскольку передачи 8 и 9 каждой кинематической цепи расположены в плоскостях, перпендикулярных осям соответствующих приводов 4, то при поступательном перемещении в каждом приводе 4 для данной кинематической цепи имеет место поступательное перемещение звена 6, шкивов 10, 11, 12 в направлении, перпендикулярном плоскостям передач 8 и 9 данной кинематической цепи. В двух других кинематических цепях имеют место поступательные движения звена 6, шкивов 10, 11, 12 в плоскостях соответствующих передач 8 и 9. Взаимная ортогональность приводов поступательного движения 4 трех кинематических цепей обуславливает движение выходного звена 2 только вдоль оси перемещения соответствующего привода поступательного движения 4 при постоянном передаточном отношении, равном единице.

ГЛАВА 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ

В данной главе будет рассмотрен механизм параллельной структуры с кинематической развязкой, отличающийся тем, что в сферической части механизма несколько изменена структура. Выходное звено, представляющее собой стержень со схватом на конце, отклоняется двумя вращательными двигателями, а собственное вращение передается через карданный шарнир. Также будет рассмотрена задача о положениях и задача о скоростях.

3.1 Схема механизма с кинематической развязкой и решение задачи о положениях

Приведем механизм, у которого имеется кинематическая развязка не только с точки зрения поступательных движений, но и с точки зрения вращений. Подобный результат достигается тем, что в сферической части механизма имеются два звена, выполненные в виде дуги. Они управляют отклонениями выходного звена [54].

В значительной мере подобно тому, как это описано в предыдущей главе, механизм (рисунок 3.1) содержит основание 1, выходное звено 2, три соединительные кинематические цепи, каждая из которых содержит установленные с параллельными осями привод поступательного движения 3 и привод вращательного движения 4. Привод поступательного движения каждой цепи размещен на соответствующем ползуне 5, который может перемещаться по закрепленной на основании направляющей 6, и закрепляется фиксатором 7. Каждая соединительная кинематическая цепь снабжена двумя последовательно установленными зубчатыми передачами 8, 9, состоящими из трех зубчатых колес, расположенными в плоскостях, перпендикулярных осям соответствующих приводов 3 и 4. Начальное колесо первой зубчатой передачи 8 соединено с валом привода вращательного движения соответствующей цепи, конечное колесо первой зубчатой передачи 8 соединено с начальным колесом второй зубчатой передачи 9,

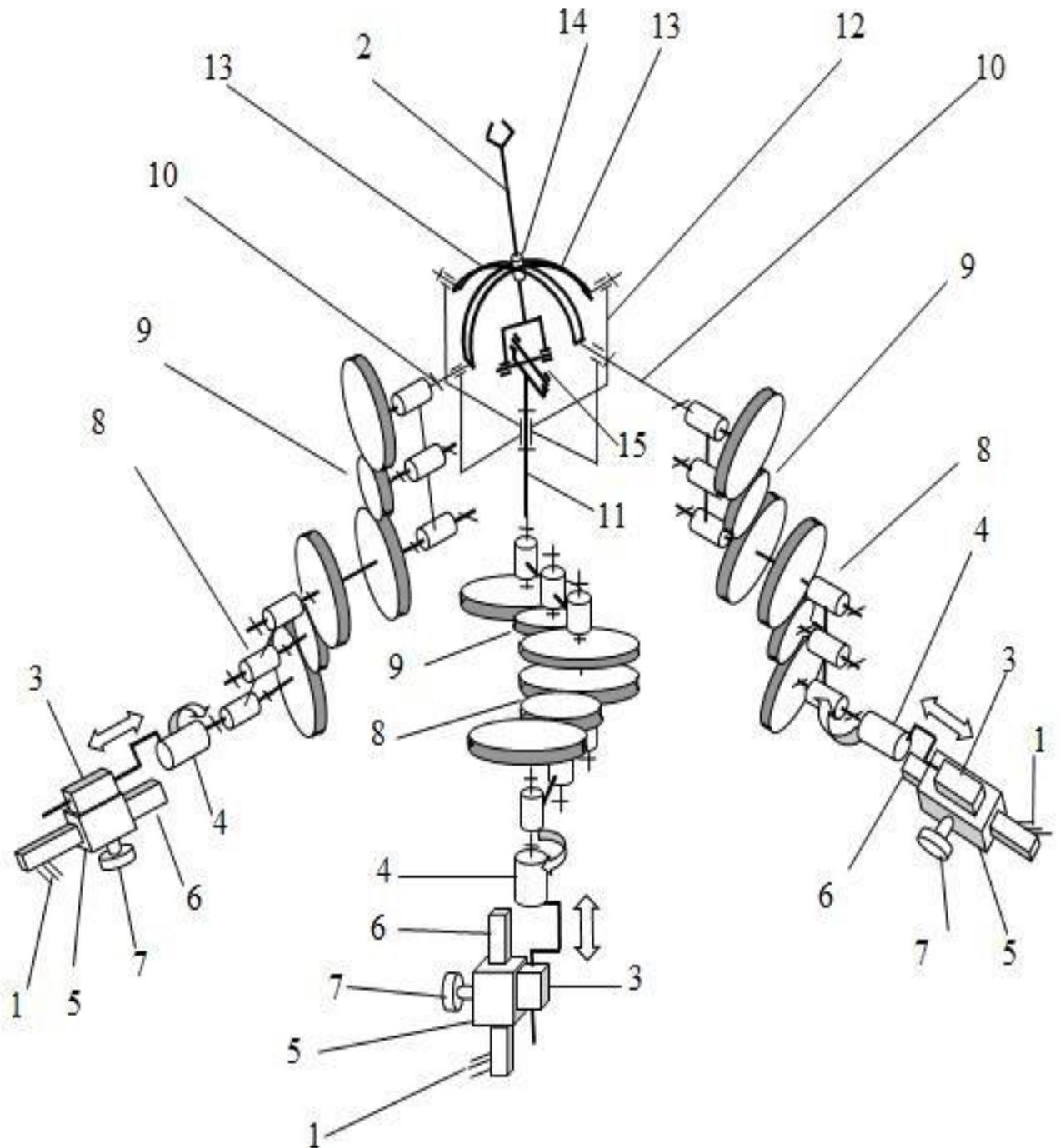


Рис.3.1.

конечное колесо второй зубчатой передачи 9 соединено с промежуточными звеньями 10 или 11, оси которых установлены параллельно с осями соответствующих приводов 3, 4 и пересекаются в одной точке. Механизм снабжен платформой 12, на которой с возможностью поворота относительно перпендикулярных осей размещены дуговые направляющие 13, один конец

которых связан с промежуточными звеньями 10 соответствующих кинематических цепей. Направляющие имеют прорези, в которых с возможностью перемещения расположена втулка 14 с отверстием, через которое проходит конечное звено 2, соединенное посредством карданного шарнира 15 с промежуточным звеном 11 третьей кинематической цепи.

Кинематическая развязка осуществляется следующим образом. При действии привода вращательного движения 4 вращение передается начальному колесу первой зубчатой передачи 8, а затем конечному колесу этой зубчатой передачи, совмещённому с начальным колесом второй зубчатой передачи 9. Далее вращение передается конечному колесу второй зубчатой передачи 9 и через него – промежуточному звену 10, затем через дугообразные направляющие 13 и расположенную в их прорезях втулку 14 выходному звену 2.

Поскольку две последовательно установленные зубчатые передачи 8, 9 с передаточными отношениями, равными единице, расположены в плоскостях, перпендикулярных оси соответствующего привода 4, начальное колесо первой зубчатой передачи 8 соединено с выходом привода 4 соответствующей цепи, конечное колесо первой зубчатой передачи 8 совмещено с начальным колесом второй зубчатой передачи 9, конечное колесо второй зубчатой передачи сопряжено с промежуточными звеньями 10, 11, оси которых установлены параллельно с осями приводов 3, 4, то вращение передается от привода 4 на промежуточное звено 10 с передаточным отношением, равным единице.

Кроме того, поскольку каждое промежуточное звено 10, 11 установлено с пересечением осей в одной точке, то при работе каждого вращательного привода 4 имеют место вращения промежуточных звеньев 10, 11 соответствующей кинематической цепи и осуществляется вращение выходного звена 2 вокруг точки соединения осей промежуточных звеньев без изменения ее положения. При действии каждого привода поступательного движения 3 поступательное движение передается начальному колесу первой зубчатой передачи 8, а затем конечному колесу этой зубчатой передачи, совмещённому с начальным колесом второй зубчатой передачи 9, далее поступательное движение передается конечному колесу

второй зубчатой передачи и через неё промежуточному звену 10 и 11. Затем через дугообразные направляющие 13, карданный шарнир 15 и втулку 14, в которых в данном случае вращение отсутствует, поступательное движение передается выходному звену 2.

Одним из важных критериев является изоморфность, то есть постоянство передаточного отношения между перемещениями в приводах поступательного движения 3 и соответствующими перемещениями выходного звена 2, она достигается тем, что оси приводов поступательного движения 4 каждой кинематической цепи установлены взаимно ортогонально друг другу. Поскольку зубчатые передачи 8 и 9 каждой кинематической цепи расположены в плоскостях, перпендикулярных осям соответствующих приводов 3, то при поступательном перемещении в каждом приводе 3 для данной кинематической цепи имеет место поступательное перемещение в направлении, перпендикулярном плоскостям зубчатых передач 8 и 9 данной кинематической цепи. В двух других кинематических цепях имеют место поступательные движения в плоскостях соответствующих зубчатых передач 8 и 9. Взаимная ортогональность приводов поступательного движения 3 трех кинематических цепей обуславливает поступательное движение выходного звена 2 только вдоль оси перемещения соответствующего привода.

Перейдем к рассмотрению задачи о положениях сферического механизма. Для этого воспользуемся вспомогательным построением, отражающим геометрию сферической части механизма (рисунок 3.2) [64]. Выходное звено AC отклоняется двумя приводами вращения, расположенными вдоль осей X' и Y' . При нулевом повороте в каждом из этих приводов, векторы, перпендикулярные плоскостям дуг, будут расположены вдоль осей Y' и X' . После поворотов в указанных приводах, оси перпендикуляров к плоскостям дуг будут иметь, соответственно, положения Y'' и X'' . Положение оси выходного звена AC будет определяться векторным произведением единичных векторов, направленных вдоль осей Y'' и X'' . Собственное вращение вокруг оси AC никак не будет влиять на ориентацию выходного звена.

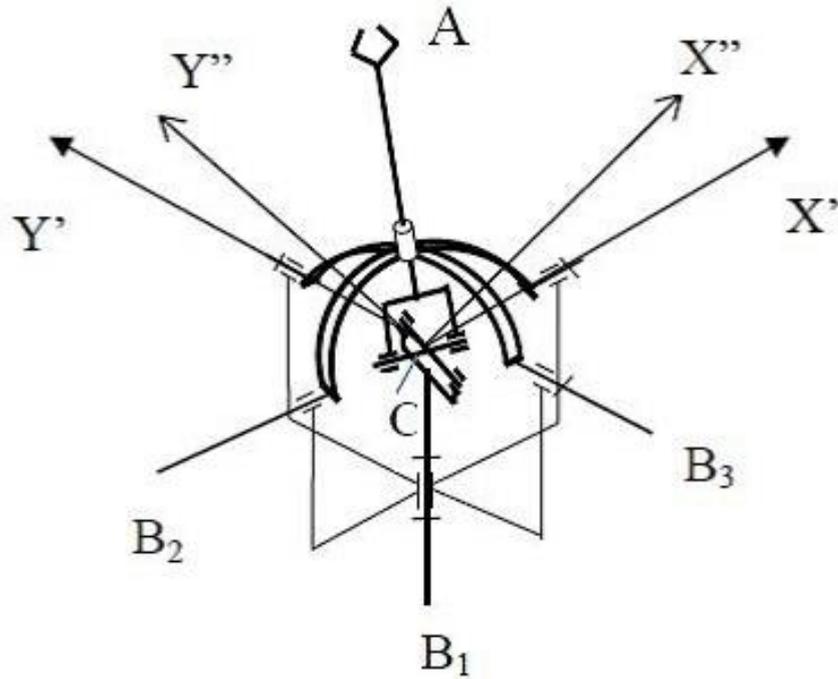


Рис. 3.2.

Исходя из изложенного, при известных координатах точки A , а также углах ориентации дуг, можно найти положение точки C . Далее, следует учесть, что расстояния между точками C и B_1 , C и B_2 , C и B_3 , являются постоянными. Кроме того, ориентации соответствующих отрезков CB_1 , CB_2 , CB_3 неизменны: CB_1 ориентирован по оси Z , CB_2 ориентирован по оси X , CB_3 ориентирован по оси Y .

В общем случае, векторное произведение для векторов $a(x_1 y_1 z_1)$ и $b(x_2 y_2 z_2)$ имеет вид:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i(y_1 z_2 - z_1 y_2) \\ j(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ k(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Единичный вектор, расположенный вдоль оси X' в исходном положении, при повороте на угол β , будет иметь координаты: $\cos\beta$, 0 , $-\sin\beta$, а вектор с исходным положением вдоль оси Y' , при повороте на угол α , будет выражен координатами 0 , $\cos\alpha$, $\sin\alpha$.

В нашем примере произведение этих двух векторов, определяющее

ориентацию рабочего органа, можно представить так:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i(\cos\alpha \sin\beta) \\ j(-\sin\alpha \cos\beta) \\ k(\cos\alpha \cos\beta) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Необходимо отметить, что данный вектор не является единичным, а его модуль равен: $\sqrt{\cos^2\alpha \sin^2\beta + \sin^2\alpha \cos^2\beta + \cos^2\beta \cos^2\alpha}$, или, после преобразования - $\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}$. На это выражение надо разделить составляющие векторного произведения для получения компонент единичного вектора.

Единичный вектор, определяющий ориентацию рабочего органа, можно представить так:

$$\begin{pmatrix} i \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}} \\ j \frac{(-\sin\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}} \\ k \frac{(\cos\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

В соответствии с изложенным, для того, чтобы получить координаты точки C , скорректированные с учетом угла поворота рабочего органа, необходимо вычесть полученные значения для каждой из координат, умноженные на длину отрезка AC , которая выражается обозначением L_3 .

Приведем пример. Пусть длина L_3 равна 0,035 м. Отрезки CB_1 , CB_2 , CB_3 равны 0,07 м. Считаем, что при нулевых значениях обобщенных координат точка C занимает нулевое положение. Точка A будет иметь координаты 0, 0, 0, 0,035.

Пусть теперь α равен 30° , β равен 45° . Пусть положение точки A останется неизменным. Тогда точка C сместится по X на 0,021 м, по Y – на $(-0,012$ м), по Z – также на 0,021 м. Соответственно, обобщенные координаты: (0,021; $-0,012$; 0,021).

Отметим, что в качестве абсолютных координат могут быть выбраны

координаты точки C , а также углы поворота α , β и φ , где α и β – упомянутые выше углы ориентации оси выходного звена, а φ – угол вращения этого звена вокруг собственной оси. При соответствующем выборе обобщенных координат, задача о положениях становится тривиальной: линейные обобщенные координаты будут равны координатам точки C , а угловые обобщенные координаты будут равны углам α , β и φ .

Однако может встретиться ситуация, когда за абсолютные координаты необходимо выбрать углы Эйлера: угол прецессии ψ , угол нутации ϑ и угол собственного вращения φ . (рисунок 3.3). Выразим единичный вектор выходного звена через эти углы.

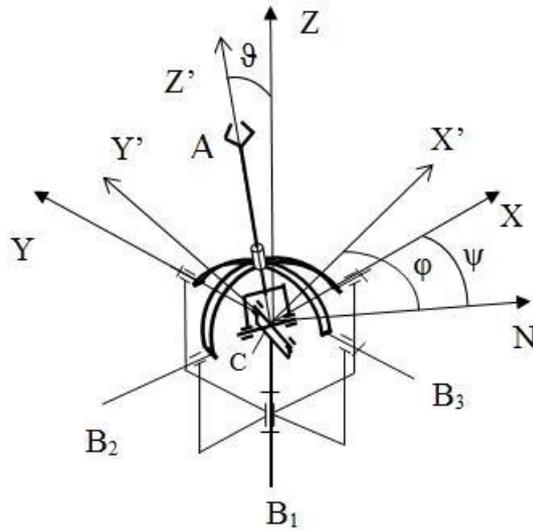


Рис.3.3

При повороте на угол собственного вращения φ матрица координат точки A имеет вид:

$$A_{\varphi} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

При повороте на угол нутации ϑ матрица координат точки A имеет вид:

$$A_{\vartheta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ 0 & \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

При повороте на угол прецессии ψ матрица координат точки A имеет вид:

$$A_\psi = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

При последовательном выполнении всех трех поворотов итоговая матрица преобразования координат AA равна произведению трех матриц:

$$AA = A_\varphi \cdot A_\theta \cdot A_\psi, \quad (3.7)$$

что в развернутом виде представляет собой следующее матричное выражение:

$$AA = \begin{pmatrix} \cos(\psi) \cdot \cos(\phi) - \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\phi) & -\cos(\psi) \cdot \sin(\phi) - \cos(\theta) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) & \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) \\ \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) + \cos(\psi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\phi) & \cos(\psi) \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\phi) - \sin(\psi) \cdot \sin(\phi) & -\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \\ \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Единичный вектор выходного звена, выраженный через углы Эйлера, имеет вид:

$$c_{11} = AA \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

что в развернутом виде представляет из себя следующее выражение:

$$c_{11} = \begin{pmatrix} \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) \\ -\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Тот же вектор был ранее определен через углы α и β следующим образом:

$$c_{11} = \begin{pmatrix} i \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \\ j \frac{(-\sin\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \\ k \frac{(\cos\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Решением прямой задачи о положениях будет выражение абсолютных координат ψ и ϑ через обобщенные, то есть α и β (при этом отметим, что угол собственного вращения φ один и тот же в обеих системах координат).

Обратная задача о положениях – по заданным значениям координат ψ и ϑ

найти углы α и β , которые соответствовали бы такому положению рабочего органа.

Приравнивая соответствующие компоненты единичного вектора выходного звена в системах обобщенных и абсолютных координат, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \sin \psi \sin \vartheta, \\ \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \cos \psi \sin \vartheta, \\ \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \cos \vartheta. \end{cases} \quad (3.12)$$

Решение прямой задачи о положениях можно получить, разделив уравнения: первое на второе, а также первое на третье, в результате чего получаем следующие тригонометрические соотношения:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha, \quad (3.13)$$

$$\operatorname{tg} \vartheta \sin \psi = \operatorname{tg} \beta. \quad (3.14)$$

Соответственно, можем выразить углы ψ и ϑ через обобщенные координаты:

$$\psi = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha), \quad (3.15)$$

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin(\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha))} \right). \quad (3.16)$$

Эти соотношения и являются, в данном случае, аналитическим решением прямой задачи о положениях.

В качестве примера рассмотрим частный случай. Зададим численные значения обобщенных координат. Допустим, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, и $\beta = \frac{\pi}{6}$.

$$\text{Тогда: } \psi = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0,322, \text{ или } 18,4^\circ;$$

при этом $\sin \psi = 0,316$, а $\cos \psi = 0,949$.

$$\text{С учетом этого, } \vartheta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{0,316} \right) = 1,070, \text{ или } 61,3^\circ.$$

Теперь найдем решение обратной задачи о положениях для данного механизма. Для этого необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin \psi \sin \vartheta = \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}}, \\ \cos \psi \sin \vartheta = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}}, \\ \cos \vartheta = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}}. \end{cases} \quad (3.17)$$

Решение обратной задачи о положениях можно получить, разделив уравнения: первое на третье, а также второе на третье, в результате чего получаем следующие тригонометрические соотношения:

$$\operatorname{tg} \beta = \sin \psi \operatorname{tg} \vartheta \quad (3.18)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \cos \psi \operatorname{tg} \vartheta \quad (3.19)$$

Соответственно, можем выразить углы ψ и ϑ через обобщенные координаты:

$$\beta = \operatorname{arctg}(\sin \psi \operatorname{tg} \vartheta) \quad (3.20)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}(\cos \psi \operatorname{tg} \vartheta) \quad (3.21)$$

Эти соотношения и будут аналитическим решением обратной задачи о положениях.

Приведем пример решения обратной задачи о положениях. Рассчитаем значения обобщенных координат α и β по величинам абсолютных координат: $\vartheta = 1,070$ и $\psi = 0,322$, которые были получены в качестве результатов в предыдущем примере.

Подставляя эти значения в соотношения для α и β , получаем следующие результаты:

$$\alpha = \operatorname{arctg}(0,949 \times 1,827) \frac{180}{\pi} = 60,0^\circ, \quad (3.22)$$

$$\beta = \operatorname{arctg}(0,316 \times 1,827) \frac{180}{\pi} = 30,0^\circ. \quad (3.23)$$

Таким образом, обратная задача о положениях решена, при этом результаты точно соответствуют исходным значениям из примера для прямой задачи.

3.2 Решение задачи о скоростях механизма параллельной структуры с кинематической развязкой

Теперь рассмотрим задачу о скоростях данного механизма. Для этого найдем частные производные от неявных функций (обозначим их F_1 и F_2), выражающих взаимосвязь между абсолютными и относительными координатами. Эти неявные функции определяются по разности угловых координат выходного звена, выраженных в относительной и абсолютной системах:

$$F_1 = \cos\vartheta - \frac{\cos\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}, \quad (3.24)$$

$$F_2 = \cos\psi \cdot \sin\vartheta - \frac{\sin\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}. \quad (3.25)$$

Продифференцируем обе функции по каждой из координат $(\alpha, \beta, \vartheta, \psi)$, получим для F_1 :

$$\frac{d}{d\psi} F_1 = 0; \quad \frac{d}{d\vartheta} F_1 = -\sin\vartheta; \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\alpha} &= - \left(\frac{-\sin\alpha \cos\beta \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} - \frac{(\cos\alpha \cos\beta)(-2\cos\alpha \sin\alpha + 2\cos^2\beta \sin\alpha \cos\alpha)}{2\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}}{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} \right) = \\ &= \frac{\sin^3\alpha \cos^3\beta + \sin\alpha \cos^2\alpha \cos^3\beta}{\sqrt{(\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\beta} &= - \left(\frac{-\sin\beta \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} - \frac{(\cos\alpha \cos\beta)(-2\cos\beta \sin^2\alpha(-\sin\beta))}{2\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}}{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} \right) = \\ &= \frac{\cos^2\alpha \sin\beta + \sin^2\alpha \sin\beta \cos^2\beta - \sin^2\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos^2\beta}{\sqrt{(\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.28)$$

и для F_2 :

$$\frac{d}{d\psi} F_2 = -\sin\psi \cdot \sin\vartheta; \quad \frac{d}{d\vartheta} F_2 = \cos\psi \cdot \cos\vartheta; \quad (3.29)$$

$$\frac{dF_2}{d\alpha} = - \left(\frac{-\cos\alpha \cos\beta \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} - \frac{(\sin\alpha \cos\beta)(-2\cos\alpha \sin\alpha + 2\cos^2\beta \sin\alpha \cos\alpha)}{2\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}}{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha} \right) =$$

$$= \frac{\cos \alpha \cos \beta - 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \cos \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_2}{d\beta} &= - \left(\frac{-\sin \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha \cos \beta (2 \cos \beta \sin^2 \alpha (-\sin \beta))}{2 \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Дифференциалы dF_1 и dF_2 равны нулю, поскольку представляют собой разность соответствующих компонент одного и того же вектора, выраженных в разных системах координат. Это позволяет, после переноса дифференциалов по координатам в правые части равенств, дифференцирования по времени полученных уравнений и их суммирования, получить итоговые выражения для угловых скоростей:

для F_1 :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\cos^2 \alpha \sin \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos^2 \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} + \\ &+ \frac{\cos^2 \alpha \sin \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos^2 \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt} - \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}; \end{aligned} \quad (3.32)$$

для F_2 :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\cos \alpha \cos \beta - 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \cos \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt} - \\ &- \sin \psi \cdot \sin \vartheta \frac{d\psi}{dt} + \cos \psi \cdot \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Далее переносим слагаемые, содержащие (α, β) в левую часть уравнения, и получаем выражение для соотношения угловых скоростей, выраженных в абсолютной и относительной системах координат.

Первое уравнение для угловых скоростей:

$$\begin{aligned} & \frac{\cos^2 \alpha \sin \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos^2 \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} + \\ & + \frac{\cos^2 \alpha \sin \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos^2 \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt} = \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Второе уравнение для угловых скоростей:

$$\begin{aligned} & \frac{\cos \alpha \cos \beta - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \cos \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt} = \\ & = \sin \psi \cdot \sin \vartheta \frac{d\psi}{dt} - \cos \psi \cdot \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Двух уравнений для решения задачи о скоростях в данном случае достаточно, так как имеется две независимых компоненты вектора выходного звена. Третья компонента (собственное вращение выходного звена) одинакова для обеих систем координат и третье уравнение вырождается в тождество ($\varphi = \varphi$).

Решением прямой задачи о скоростях будет выражение абсолютных угловых скоростей $\frac{d\psi}{dt}$ и $\frac{d\vartheta}{dt}$ через обобщенные, то есть $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\beta}{dt}$ (скорость собственного вращения $\frac{d\varphi}{dt}$ - одна и та же в обеих системах координат).

Обратная задача о скоростях – по заданным значениям угловых скоростей $\frac{d\psi}{dt}$ и $\frac{d\vartheta}{dt}$ найти такие угловые скорости $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\beta}{dt}$, которые соответствовали бы этому движению рабочего органа.

Для решения этих задач, то есть для выявления связи угловых скоростей в абсолютной и относительной системах координат, необходимо составить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} \frac{dF_1}{d\psi} & \frac{dF_1}{d\vartheta} \\ \frac{dF_2}{d\psi} & \frac{dF_2}{d\vartheta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{dF_1}{d\alpha} & \frac{dF_1}{d\beta} \\ \frac{dF_2}{d\alpha} & \frac{dF_2}{d\beta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

где F_1 и F_2 - разности угловых координат выходного звена, выраженных в относительной и абсолютной системах, использованных для дифференцирования по координатам при решении задачи о положениях:

$$F_1 = \cos\vartheta - \frac{\cos\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}; \quad (3.37)$$

$$F_2 = \cos\psi \cdot \sin\vartheta - \frac{\sin\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}. \quad (3.38)$$

Целесообразно учесть, что угол собственного вращения φ для обеих систем угловых координат одинаков. Поэтому указанное матричное уравнение может быть преобразовано следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \frac{dF_1}{d\alpha} & \frac{dF_1}{d\beta} & 0 \\ \frac{dF_2}{d\alpha} & \frac{dF_2}{d\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{dF_1}{d\psi} & \frac{dF_1}{d\vartheta} & 0 \\ \frac{dF_2}{d\psi} & \frac{dF_2}{d\vartheta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

Теперь рассмотрим задачу о линейных скоростях данного механизма при изменении угловых координат выходного звена (угла сервиса) при заданном положении точки окончания его рабочего органа, то есть точки A .

Координаты точки A связаны с координатами точки C следующими соотношениями, вытекающими из геометрических параметров механизма:

$$\begin{cases} X_C = X_A - L_3 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha, \\ Y_C = Y_A + L_3 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta, \\ Z_C = Z_A - L_3 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta. \end{cases} \quad (3.40)$$

Найдем частные производные от неявных функций (обозначим их F_3 , F_4 и F_5), выражающих взаимосвязи между координатами. Эти неявные функции определяются по разности координат точки C и точки A :

$$F_3 = X_C - X_A = \frac{-L_3 \cos\alpha \sin\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}; \quad (3.41)$$

$$F_4 = Y_C - Y_A = \frac{L_3 \sin\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}; \quad (3.42)$$

$$F_5 = Z_C - Z_A = \frac{L_3 \cos\alpha \cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha}}. \quad (3.43)$$

Найдем частные производные от этих функций:

$$\begin{aligned} \frac{dF_3}{d\alpha} &= -L_3 \left(\frac{-\sin \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\cos \alpha \sin \beta (-2 \cos \alpha \sin \alpha + 2 \cos^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha)}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= \frac{L_3 \sin \alpha \cos^2 \beta \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_3}{d\beta} &= -L_3 \left(\frac{\cos \alpha \cos \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\cos \alpha \sin \beta (2 \cos \beta \sin^2 \alpha (-\sin \beta))}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= -\frac{L_3 \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_4}{d\alpha} &= L_3 \left(\frac{\cos \alpha \cos \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha \cos \beta (-2 \cos \alpha \sin \alpha + 2 \cos^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha)}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= \frac{L_3 \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_4}{d\beta} &= L_3 \left(\frac{-\sin \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha \cos \beta (2 \cos \beta \sin^2 \alpha (-\sin \beta))}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= -\frac{L_3 \sin \alpha \cos^2 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_5}{d\alpha} &= L_3 \left(\frac{-\sin \alpha \cos \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\cos \alpha \cos \beta (-2 \cos \alpha \sin \alpha + 2 \cos^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha)}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) = \\ &= -\frac{L_3 \cos^3 \beta \sin \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}; \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\frac{dF_5}{d\beta} = L_3 \left(\frac{-\cos \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} - \frac{\cos \alpha \cos \beta (2 \cos \beta \sin^2 \alpha (-\sin \beta))}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}}}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha} \right) =$$

$$= -\frac{L_3 \cos^3 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}}. \quad (3.49)$$

Поскольку L_3 есть величина постоянная, то dF_3 , dF_4 и dF_5 равны нулю. Это позволяет, после переноса дифференциалов по координатам в правые части равенств, дифференцирования по времени полученных уравнений и их суммирования, получить итоговые выражения для угловых скоростей:

для F_3 :

$$\dot{X}_C = \frac{dF_3}{d\alpha} + \frac{dF_3}{d\beta} = \frac{L_3 \sin \alpha \cos^2 \beta \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} - \frac{L_3 \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt}, \quad (3.50)$$

для F_4 :

$$\dot{Y}_C = \frac{dF_4}{d\beta} + \frac{dF_4}{d\alpha} = \frac{L_3 \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} - \frac{L_3 \sin \alpha \cos^2 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt}; \quad (3.51)$$

для F_5 :

$$\dot{Z}_C = \frac{dF_5}{d\alpha} + \frac{dF_5}{d\beta} = -\frac{L_3 \cos^3 \beta \sin \alpha}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\alpha}{dt} - \frac{L_3 \cos^3 \alpha \sin \beta}{\sqrt{(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha)^3}} \frac{d\beta}{dt}. \quad (3.52)$$

Решением прямой задачи о скоростях будет выражение линейных скоростей $\frac{dX_C}{dt}$, $\frac{dY_C}{dt}$ и $\frac{dZ_C}{dt}$ через обобщенные, то есть $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\beta}{dt}$.

Обратная задача о скоростях – по заданным значениям линейных скоростей $\frac{dX_C}{dt}$, $\frac{dY_C}{dt}$ и $\frac{dZ_C}{dt}$ найти такие угловые скорости $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\beta}{dt}$, которые соответствовали бы этому движению рабочего органа.

Для решения этих задач, то есть для выявления связи линейных и угловых скоростей, необходимо составить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} \frac{dF_3}{d\alpha} & \frac{dF_3}{d\beta} \\ \frac{dF_4}{d\alpha} & \frac{dF_4}{d\beta} \\ \frac{dF_5}{d\alpha} & \frac{dF_5}{d\beta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{d\beta}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dX_C}{dt} \\ \frac{dY_C}{dt} \\ \frac{dZ_C}{dt} \end{pmatrix}. \quad (3.53)$$

В заключение сделаем некоторые выводы.

1. Прямая и обратная задача о положениях механизма с кинематической развязкой не вызывает сложностей ввиду однозначного соответствия обобщенных и абсолютных координат.

2. При постоянстве положения конечной точки рабочего органа и изменении углов ориентации имеет место перемещение в линейных приводах, соответственно, угловые скорости определяют линейные обобщенные скорости.

ГЛАВА 4 ПОСТРОЕНИЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ

В данной главе представлены параметры рабочей зоны механизма параллельной структуры, обладающего свойствами кинематической развязки. Будут рассмотрены различные варианты характеристик. Один из них связан со случаем, когда не имеет значения ориентация выходного звена. Другие варианты связаны с изменением ориентации. В этом случае при постоянном положении конечной точки будет меняться положение центра сферической части механизма.

4.1. Определение параметров рабочей зоны при сканировании по ортогональным осям

В этом параграфе представлен алгоритм построения рабочей зоны механизма параллельной структуры. Задача решается с использованием подхода к расчету обобщенных координат, исходя из известных абсолютных координат выходного звена, другими словами, на основе алгоритма решения обратной задачи о положениях [83]. При этом для определения границ рабочей зоны требуется многократно решать обратную задачу о положениях, каждый раз контролируя, отвечают ли координаты ограничениям, налагаемым конструкцией механизма. Исходя из того, что поступательное и вращательное движения развязаны, при определении рабочей зоны с постоянной ориентацией задается положение точки C (рисунок 4.1) и определяются положения точек B_1, B_2, B_3 . Следует рассматривать ограничения, которые накладывает геометрия звеньев.

При постоянном положении точки A и изменении ориентации вектора \overline{CA} , будет меняться положение точки C . Здесь вновь нужно учитывать ограничения.

В первую очередь это относится к ограничениям на максимальные перемещения линейных приводов, то есть на крайние значения обобщенных координат. Эти условия проверяются в цикле, после чего делается вывод о допустимости данной конфигурации механизма, и об отнесении текущего

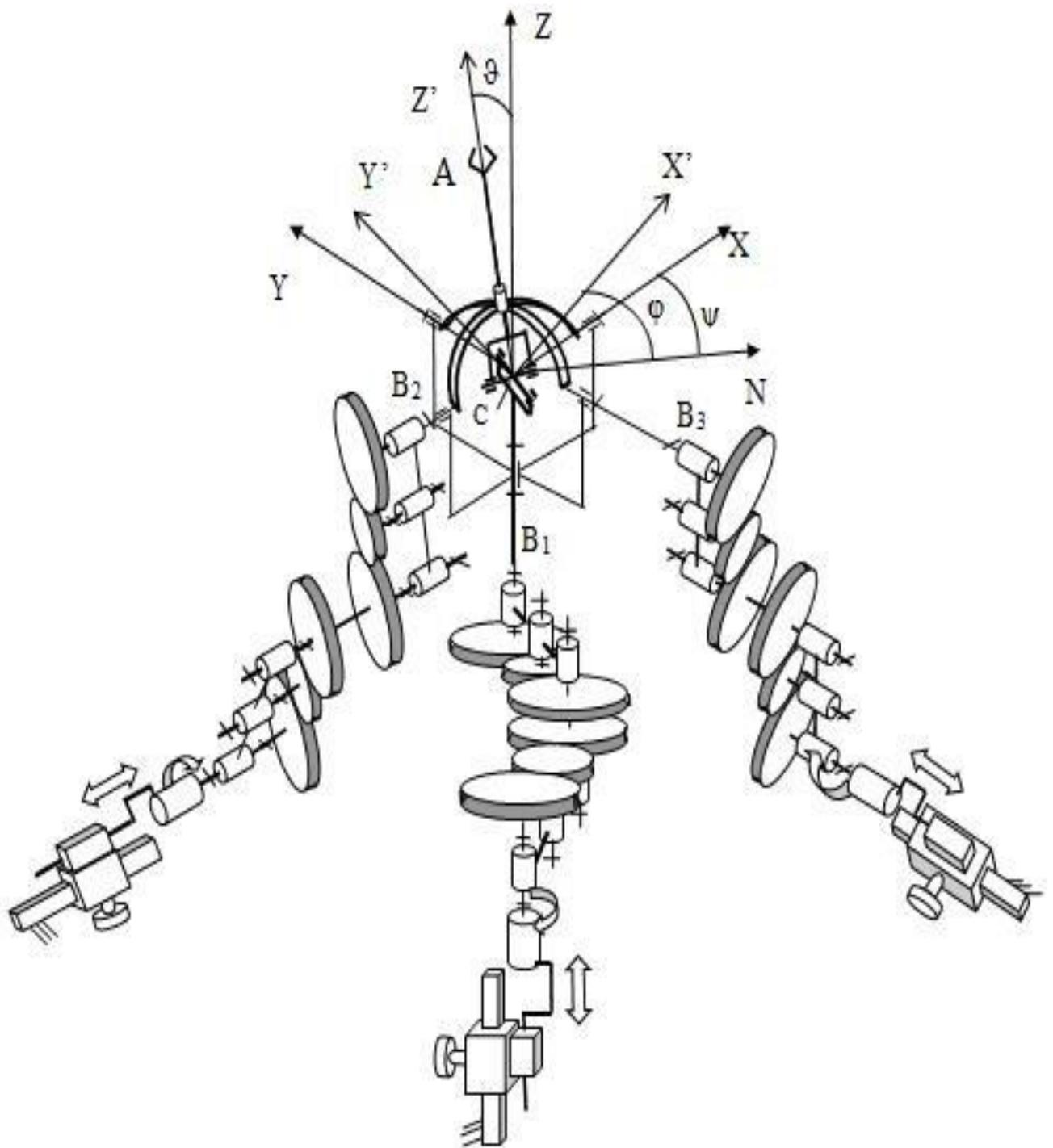


Рис.4.1

положения к его рабочей зоне.

Сначала задаются некоторые предельные значения абсолютных координат выходного звена, потом в этих пределах организуется их изменение с определенным шагом.

Устанавливая параметры рабочей зоны, необходимо определить соотношение между шагом сканирования и его пределами. Выбирая чрезмерно широкие границы изменения абсолютных координат (для того, чтобы гарантированно включить в рассматриваемую область все допустимые конфигурации звеньев механизма) и слишком крупный шаг, можно всю рабочую зону пропустить за один шаг, так и не решив поставленную задачу. В связи с этим здесь выбор соотношения между пределами сканирования и его шагом производился методом подбора.

Программа моделирования рабочей зоны [83] построена следующим образом.

Заданы длины звеньев L_1 и L_2 , в данном механизме они одинаковы и равны 3,5 см, кроме того заданы начальные значения координат x_n , y_n и z_n , равные нулю, число точек kol , равное 10, и конечные значения координат x_k , y_k , z_k , выбраны равными 7,0 см, то есть сумме длин звеньев.

Организован цикл расчета координат точки рабочей зоны z_{on} с шагом, равным диапазону изменения соответствующей координаты (например, $x_k - x_n$, отнесенному к числу точек kol) со счетчиками i – по координате x , j – по координате y , k – по координате z . В цикле проверяется выполнение условий соответствия геометрии звеньев текущим координатам точек, например:

$$x^2 + y^2 > (L_1 + L_2)^2 \text{ и } x^2 + y^2 > (L_1 - L_2)^2 \quad (4.1).$$

Данные ограничения определены следующим образом. Максимальная координата по любому направлению должна быть не больше, чем сумма длин звеньев. Минимальное значение координаты равно разности длин звеньев.

В случае, если одно из указанных соотношений справедливо, такая конфигурация звеньев невозможна. При этом z_1 , а также текущим координатам x , y , z присваиваются нулевые значения. Аналогичные соотношения проверяются

также для сочетаний координат x и z , y и z .

Графическое отображение рабочей зоны представлено в виде совокупности точек (рисунок 4.2).

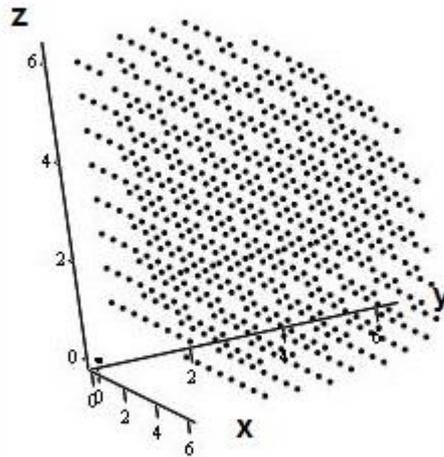


Рис. 4.2

Результаты вычислений [83], произведенных программой, приведены в таблице (4.1), значения текущих координат x , y , z приведены соответственно во втором, третьем и четвертом столбцах, номер текущей точки – в первом и пятом.

Таблица 4.1.

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 197 | 0 | 0 | 0 | 197 |
| 198 | 0 | 0 | 0 | 198 |
| 199 | 0 | 0 | 0 | 199 |
| 200 | 0.7 | 4.9 | 1.4 | 200 |
| 201 | 0.7 | 4.9 | 2.1 | 201 |
| 202 | 0.7 | 4.9 | 2.8 | 202 |
| 203 | 0.7 | 4.9 | 3.5 | 203 |
| 204 | 0.7 | 4.9 | 4.2 | 204 |
| 205 | 0.7 | 4.9 | 4.9 | 205 |
| 206 | 0 | 0 | 0 | 206 |
| 207 | 0 | 0 | 0 | 207 |
| 208 | 0 | 0 | 0 | 208 |
| 209 | 0 | 0 | 0 | 209 |
| 210 | 0 | 0 | 0 | 210 |
| 211 | 0.7 | 5.6 | 1.4 | 211 |
| 212 | 0.7 | 5.6 | 2.1 | ... |

Приведем другие проекции данной рабочей зоны, например, показывающие зависимость лишь между двумя координатами (рисунок 4.3). Можно наблюдать ситуацию, когда сечение рабочей зоны представляет собой часть круга.

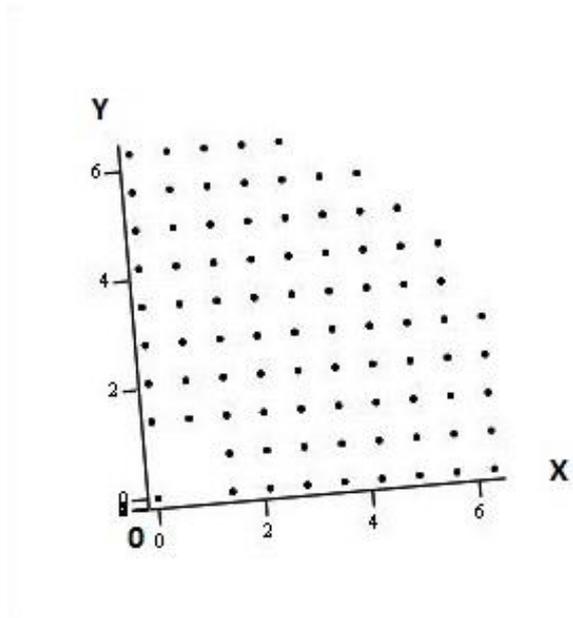


Рис. 4.3

Соотношение размеров звеньев оказывает значительное влияние на размер и форму рабочей зоны. Приведена форма рабочей зоны (рисунок 4.4) при размерах звеньев 5,5 см и 1,5 см. Как видно из рисунка, она представляет собой трехлучевую фигуру с объемом значительно меньшим, чем объем рабочей зоны при равной длине звеньев.

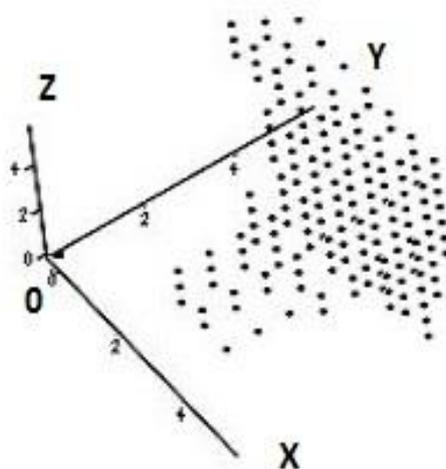


Рис. 4.4

Другая проекция данной рабочей зоны (рисунок 4.5):

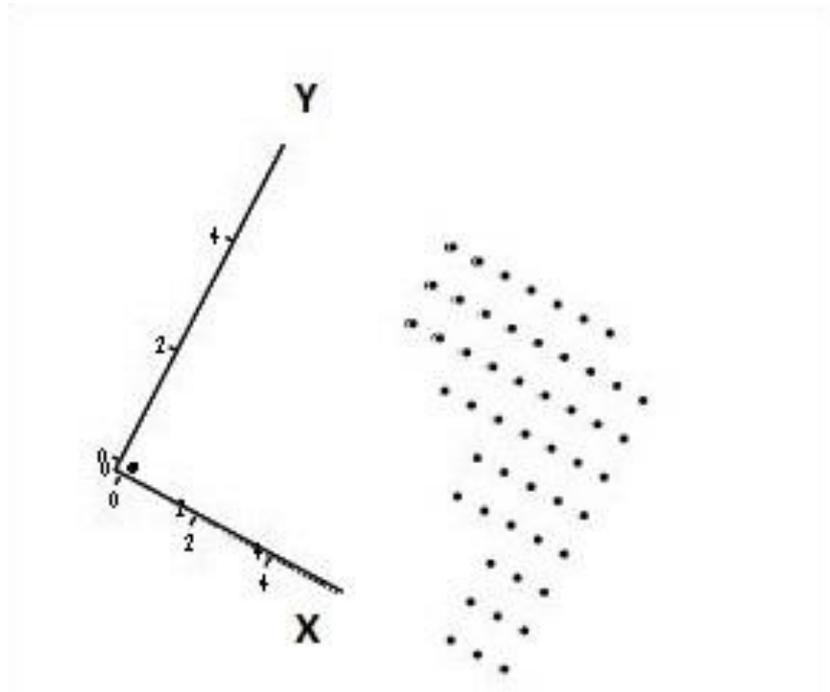


Рис.4.5

Рассмотрим рабочую зону механизма при изменении угловых координат выходного звена (угла сервиса), при постоянстве положения окончания его рабочего органа.

Программа моделирования рабочей зоны [83] построена следующим образом: задаются длины звеньев L_1 , L_2 и расстояние от точки пересечения осей сферического механизма до конечной точки рабочего органа L_3 , в данном механизме они равны соответственно 3,5 см, 3,5 см и 1,0 см соответственно, кроме того, задаются начальные значения координат x_n , y_n и z_n , а также угловая координата рабочего органа α_n , равные нулю; число точек kol , равное 10, и конечные значения координат x_k , y_k , выбранные равными 7 см, то есть сумме длин звеньев. Конечное значение угловой координаты α_k выбрано равным π , изменение угловой координаты отражает вращение рабочего органа относительно оси X.

Организован цикл расчета координат точки рабочей зоны z_{on} с шагом, равным диапазону изменения соответствующей координаты (например, $x_k - x_n$, отнесенному к числу точек kol) со счетчиками i – по координате x , j – по координате y , k – по координате α .

Ограничения, накладываемые на координаты y и z условием постоянства

конечной точки рабочего органа, выражены геометрическими соотношениями $y_k - L_3 \cos \alpha$ и $z_k - L_3 \sin \alpha$. В цикле проверяется выполнение условий соответствия геометрии звеньев текущим координатам точек (формула 4.1)

В случае если одно из этих соотношений справедливо, такая конфигурация звеньев невозможна. При этом координате z_1 , а также текущим координатам x , y , z присваиваются нулевые значения. Аналогичные соотношения проверяются также для сочетаний координат x и z , y и z [83].

Графическое отображение рабочей зоны представлено в виде совокупности точек (рисунок 4.6).

Результаты вычислений, произведенных программой, приведены в таблице 4.2, значения текущих координат x , y , z приведены, соответственно, во втором, третьем и четвертом столбцах таблицы, номер текущей точки – в первом и пятом столбцах.

Значение L_3 оказывает значительное влияние на размеры рабочей зоны. При увеличении L_3 до величины 14 см рабочая зона значительно сужается, а при величине в 16 см вырождается в отрезок прямой.

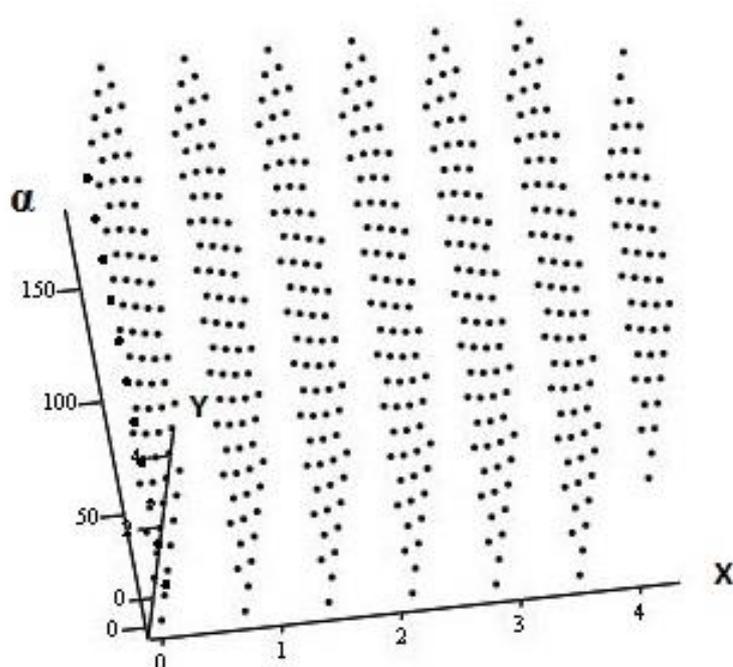


Рис. 4.6

Таблица. 4.2

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----|-----|--------|-----|-----|
| 247 | 1.4 | 0 | 90 | 247 |
| 248 | 1.4 | 0.309 | 108 | 248 |
| 249 | 1.4 | 0.588 | 126 | 249 |
| 250 | 1.4 | 0.809 | 144 | 250 |
| 251 | 1.4 | 0.951 | 162 | 251 |
| 252 | 1.4 | 1 | 180 | 252 |
| 253 | 1.4 | -0.3 | 0 | 253 |
| 254 | 1.4 | -0.251 | 18 | 254 |
| 255 | 1.4 | -0.109 | 36 | 255 |
| 256 | 1.4 | 0.112 | 54 | 256 |
| 257 | 1.4 | 0.391 | 72 | 257 |
| 258 | 1.4 | 0.7 | 90 | 258 |
| 259 | 1.4 | 1.009 | 108 | 259 |
| 260 | 1.4 | 1.288 | 126 | 260 |
| 261 | 1.4 | 1.509 | 144 | 261 |
| 262 | 1.4 | 1.651 | 162 | ... |

Также существенное влияние на размер и форму рабочей зоны оказывает значение величины z_k . Так, при $z_k=0,0$ см и $L_3=1,0$ см, рабочая зона достаточно обширна и представляет собой сегмент цилиндра (рисунок 4.7), а при $z_k=5,0$ см

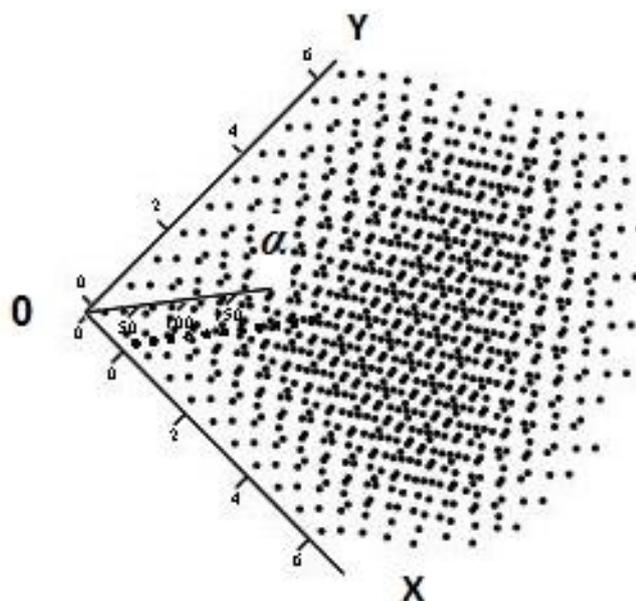


Рис.4.7

в сочетании с тем же значением L_3 , форма рабочей зоны значительно изменяется, она уже не имеет вид цилиндрического сегмента (рисунок 4.8).

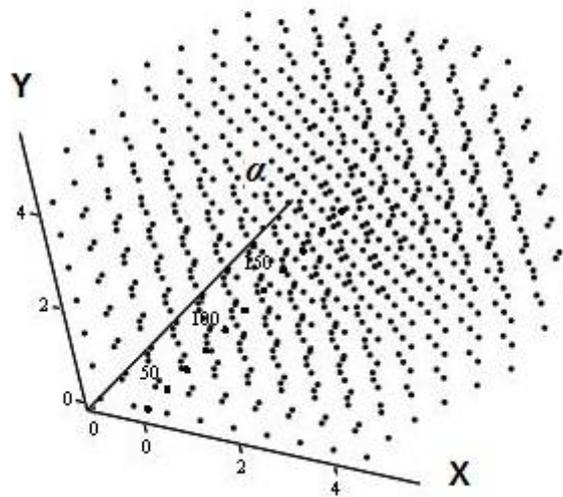


Рис. 4.8

При $z_k=7,5$ см, рабочая зона состоит из нескольких областей, не связанных друг с другом (рисунок 4.9), при значении $z_k = 7,9$ см сводится к нескольким разрозненным точкам (рисунок 4.10).

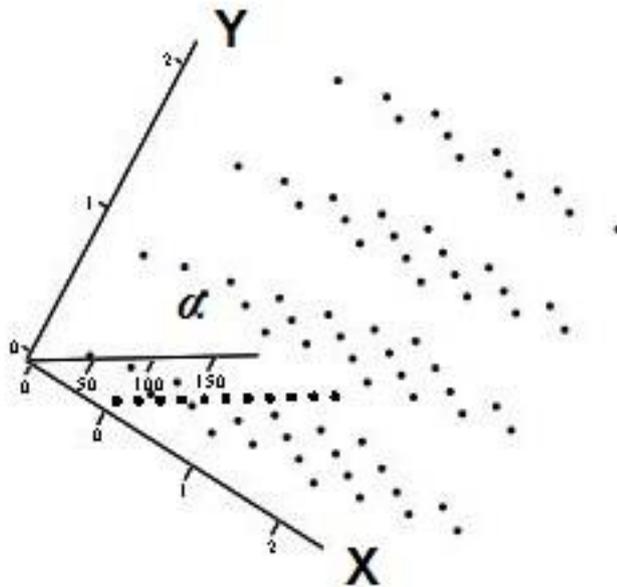


Рис. 4.9

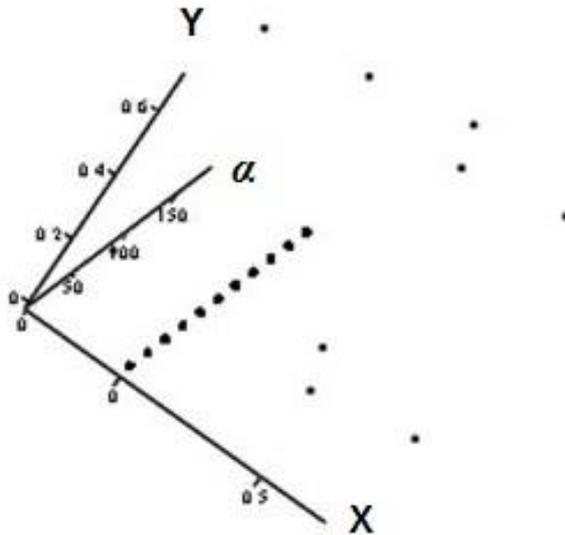


Рис. 4.10

4.2. Определение параметров рабочей зоны при сканировании по одной оси и двум углам

В этом параграфе представлен алгоритм построения рабочей зоны механизма параллельной структуры при сканировании по одной оси и двум углам. Данное рассмотрение необходимо для определения зависимости возможных углов сервуса от положения рабочей точки [83]. Отметим, что вращение вокруг третьей оси – оси выходного звена – не будет влиять на положения линейных приводов.

Рассмотрим рабочую зону механизма при постоянстве координат конечной точки рабочего органа, и при его вращении относительно двух осей – Y и X . Программа для расчета построена следующим образом:

Задаются длины звеньев L_1 , L_2 и расстояние от точки пересечения осей сферического механизма до конечной точки рабочего органа L_3 , в данном примере они равны соответственно 3,5 см, 3,5 см и 1,0 см соответственно, кроме того, задаются начальные значения координаты, y_n , а также угловых координат рабочего органа α_n и β_n , равные нулю; число точек kol , равное 10, и конечное

значение координаты y_k , выбранное равным 7,0 см, то есть сумме длин звеньев. Конечные значения угловых координат α_k и β_k выбраны равными π , и их изменение отражает вращение рабочего органа относительно осей X и Y .

Организован цикл расчета координат точки рабочей зоны z_{on} с шагом, равным диапазону изменения соответствующей координаты (например, $\alpha_k - \alpha_n$, отнесенному к числу точек kol) со счетчиками i – по координате β , j – по координате y , k – по координате α .

Ограничения, накладываемые на координаты условием постоянства конечной точки рабочего органа, выражены геометрическими соотношениями: для x : $-\sin\beta \cos\alpha L_3$, для y : $+\sin\alpha \cos\beta L_3$, для z : $-\cos\alpha \cos\beta L_3$. Эти соотношения следуют из векторного произведения, определяющего направление рабочего органа при повороте относительно осей X и Y .

Векторное произведение для векторов $a(x_1 y_1 z_1)$ и $b(x_2 y_2 z_2)$, в общем случае, имеет вид:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i(y_1 z_2 - z_1 y_2) \\ j(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ k(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Единичный вектор, расположенный вдоль оси X в исходном положении, при повороте на угол β , будет иметь координаты: $\cos\beta$; 0; $-\sin\beta$, а вектор с исходным положением вдоль оси Y , при повороте на угол α , будет выражен координатами 0; $\cos\alpha$; $\sin\alpha$. В нашем конкретном примере произведение этих двух векторов, определяющее ориентацию рабочего органа, можно представить так:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \cos\beta & \cos\alpha & -\sin\beta \\ 0 & \sin\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i(\cos\alpha \sin\beta) \\ j(-\sin\alpha \cos\beta) \\ k(\cos\alpha \cos\beta) \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Вектор того же направления, нормированный по длине, или единичный вектор ориентации рабочего органа:

$$\begin{pmatrix} i \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \\ j \frac{(-\sin\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \\ k \frac{(\cos\alpha \cos\beta)}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta \cdot \sin^2\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Поэтому, для того, чтобы получить координаты точки C , скорректированные с учетом угла поворота рабочего органа, необходимо вычесть из координат точки A полученные компоненты единичного вектора, умноженные на длину отрезка L_3 .

В цикле проверяется выполнение условий соответствия геометрии звеньев текущим координатам точек:

$$x^2 + y^2 > (L_1 + L_2)^2; \quad (4.5)$$

$$x^2 + y^2 > (L_1 - L_2)^2. \quad (4.6)$$

В случае, если одно из этих соотношений справедливо, такая конфигурация звеньев невозможна. При этом координате z_1 , а также текущим координатам y , z присваиваются нулевые значения. Аналогичные соотношения проверяются также для сочетаний координат x и z , y и z [83].

Результаты вычислений, произведенных программой, приведены в таблице 4.3. В нулевом столбце - значения угловой координаты β , в первом столбце - значения координаты y , во втором столбце - значения угловой координаты α .

Графическое отображение рабочей зоны (при значении L_3 , равном 1,0 см и при $z_k = 0,0$ см) показано в виде совокупности точек (рисунок 4.11).

Вид и форма рабочей зоны существенно зависят от величины z_k [83]. При $z_k = 0,0$ см возможны самые разнообразные сочетания углов α и β . При увеличении z_k до 6,0 см совокупность точек, определяющих рабочую зону, приобретает седловидную форму (рисунок 4.12).

Дальнейшее увеличение z_k ведет к разделению совокупности точек на две зоны вблизи значений углов α и β 0^0 и 180^0 (рисунок 4.13 соответствует значению $z_k = 7,5$ см), а при значении $z_k = 8,0$ см вырождается в одну точку (рисунок 4.14).

Таблица 4.3

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----|----|-------|-----|-----|
| 240 | 18 | 0 | 162 | 240 |
| 241 | 18 | 0 | 180 | 241 |
| 242 | 36 | 0 | 0 | 242 |
| 243 | 36 | 0.25 | 18 | 243 |
| 244 | 36 | 0.476 | 36 | 244 |
| 245 | 36 | 0.655 | 54 | 245 |
| 246 | 36 | 0.769 | 72 | 246 |
| 247 | 36 | 0.809 | 90 | 247 |
| 248 | 36 | 0.769 | 108 | 248 |
| 249 | 36 | 0.655 | 126 | 249 |
| 250 | 36 | 0.476 | 144 | 250 |
| 251 | 36 | 0.25 | 162 | 251 |
| 252 | 36 | 0 | 180 | 252 |
| 253 | 36 | 0.7 | 0 | 253 |
| 254 | 36 | 0.95 | 18 | 254 |
| 255 | 36 | 1.176 | 36 | ... |

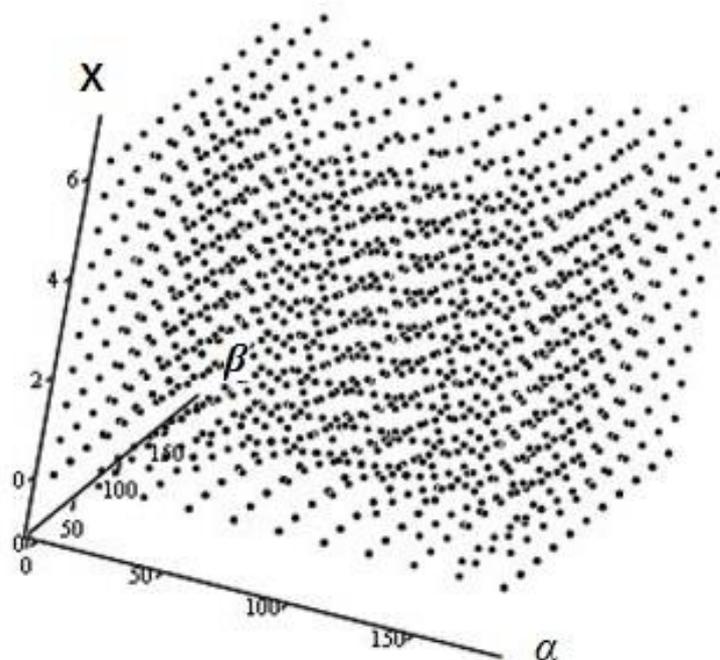


Рис.4.11

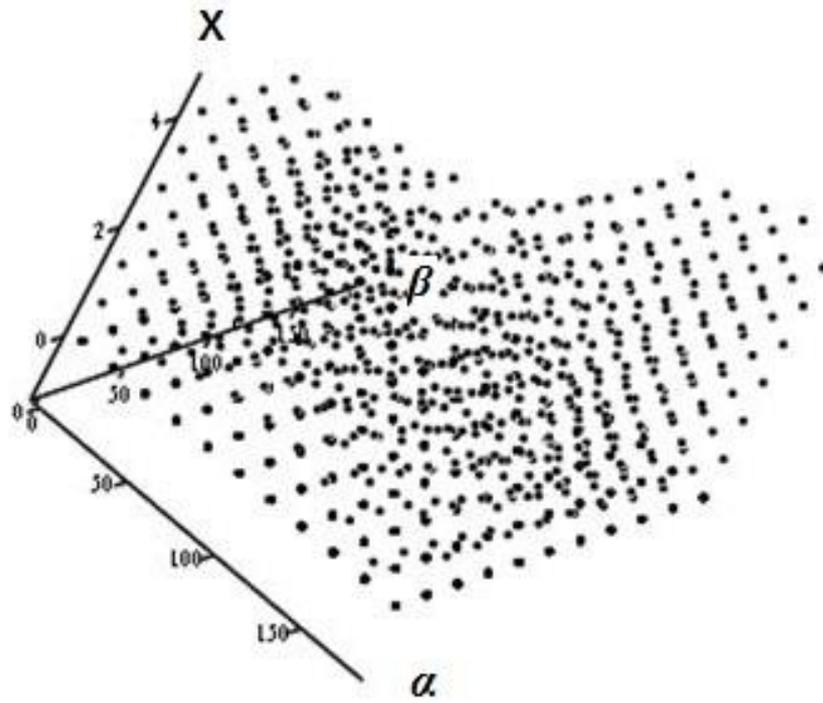


Рис.4.12

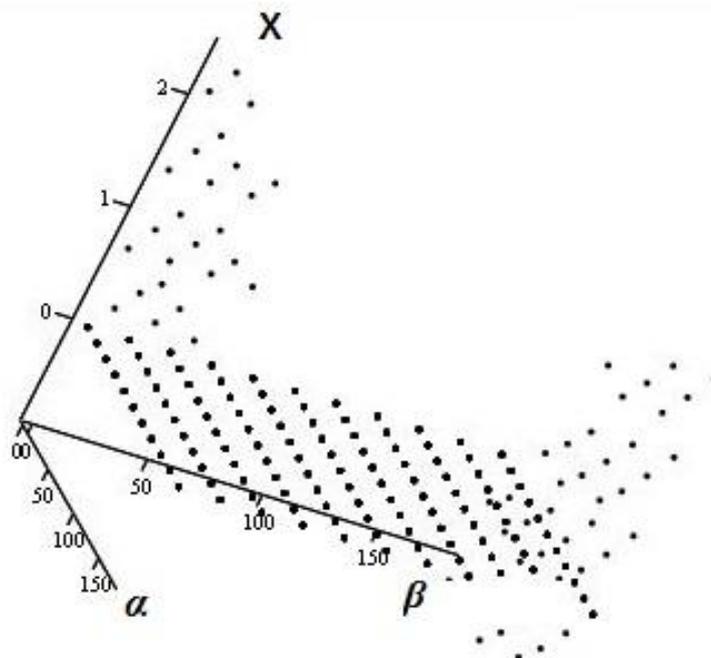


Рис.4.13

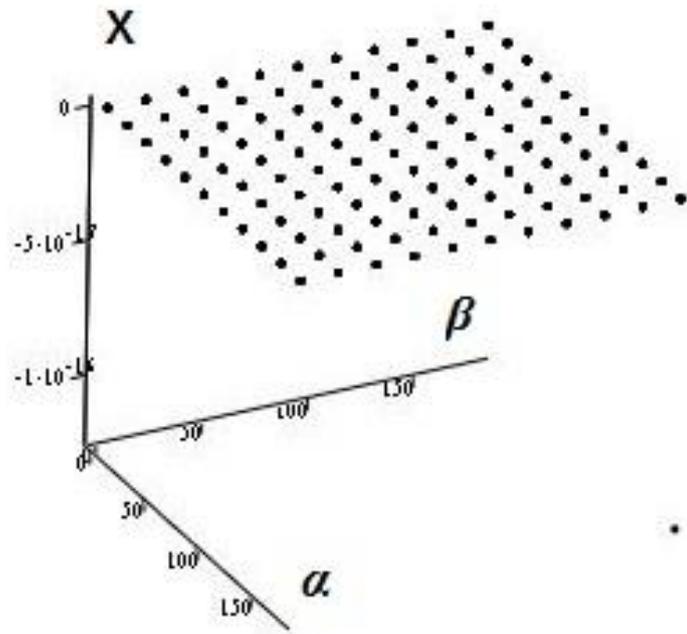


Рис. 4.14

ГЛАВА 5. КОНСТРУКЦИЯ МАКЕТА МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной главе рассмотрена конструкция макета механизма с шестью степенями свободы с кинематической развязкой, показаны границы рабочей зоны, крайние положения, а также проанализированы особые положения, связанные с утратой одной из степеней свободы или неконтролируемой подвижностью выходного звена.

5.1 Кинематическая схема макета механизма параллельной структуры, описание характерных особых положений

Для практической реализации в виде макета выбрана схема с зубчатыми передачами в промежуточных звеньях и сферическим механизмом на основе дугообразных направляющих для двух углов поворота и шарниром Гука для третьего угла (рисунок 3.1) [54]. Эта схема представляется наиболее простой для изготовления в условиях лаборатории. Проанализируем данную кинематическую схему. В основе ее – три соединительных кинематических цепи $3 P-R-P-P-R-R$ (рисунок 5.1), в каждой из них поступательный и вращательный приводы соосно расположены на основании.

В каждую кинематическую цепь входит по одной приводной поступательной паре (линейному приводу), размещенному на основании, одной приводной вращательной паре (вращательному приводу), по две поступательные пары, выполненные, как зубчатые передачи из трех шестерен каждая. В двух кинематических цепях - дугообразные направляющие с сопряженным с ними выходным звеном, что, в смысле кинематики, соответствует двум последовательно установленным вращательным парам с пересекающимися под прямым углом осями, а в третьей кинематической цепи – шарнир Гука, который собственно и представляет собой две вращательные пары с пересекающимися под прямым углом осями, с закрепленным на нем выходным звеном.

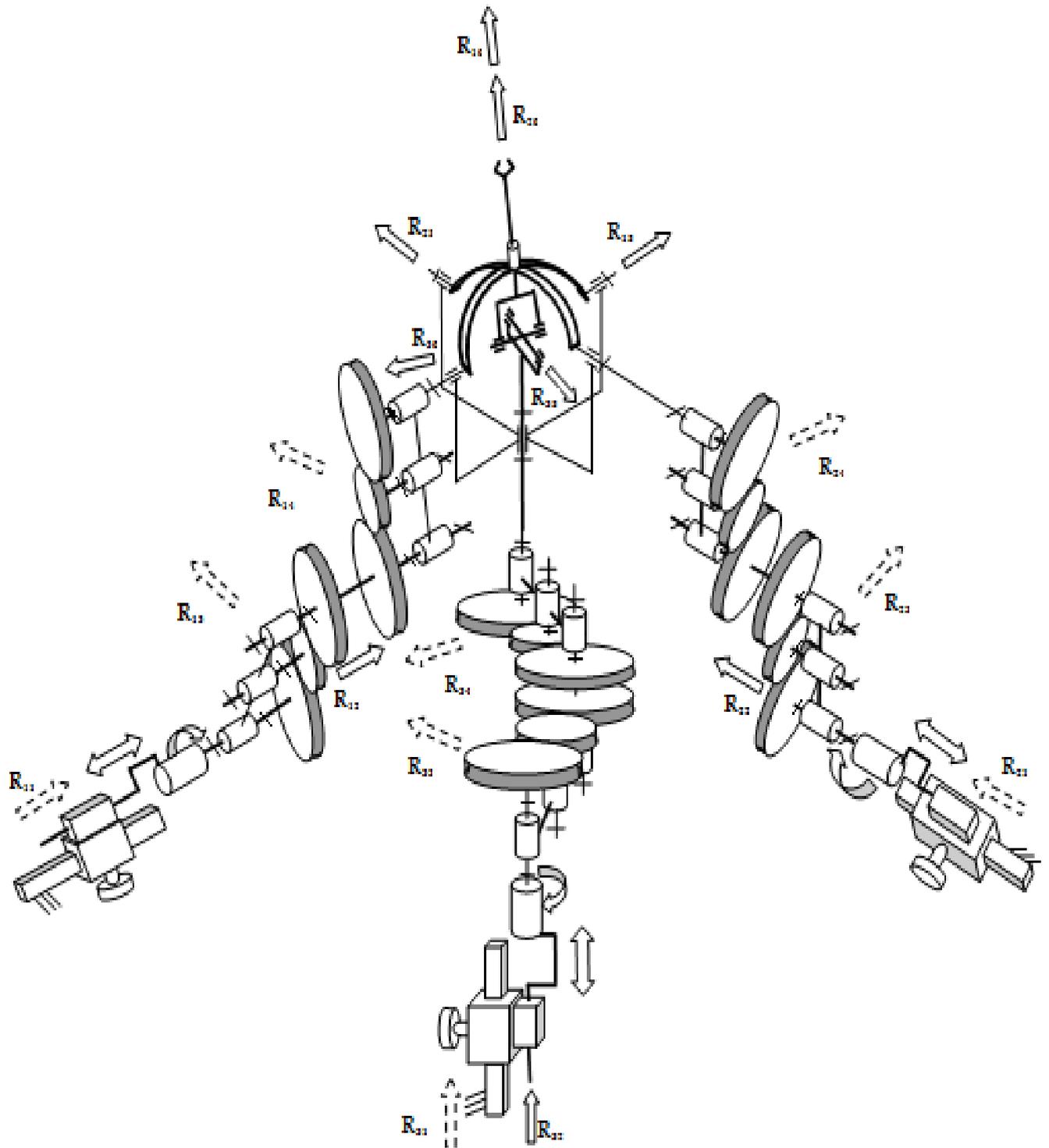


Рис. 5.1

Все неприводные вращательные пары своими осями пересекаются в точке O , которая принята в качестве центра системы координат. Точка O подвижна, но координатные оси не меняют направления, и они соответствуют направлениям осей приводов. Координаты единичных винтов осей кинематических пар: \mathbf{R}_{11} (0, 0, 0, 1, 0, 0), \mathbf{R}_{12} (1, 0, 0, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{13} (0, 0, 0, 0, R_{13y} , R_{13z}), \mathbf{R}_{14} (0, 0, 0, 0, R_{14y} , R_{14z}), \mathbf{R}_{15} (R_{15x} , R_{15y} , R_{15z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{16} (R_{16x} , R_{16y} , R_{16z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{21} (0, 0, 0, 0, 1, 0), \mathbf{R}_{22} (0, 1, 0, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{23} (0, 0, 0, R_{23x} , 0, R_{23z}), \mathbf{R}_{24} (0, 0, 0, R_{24x} , 0, R_{24z}), \mathbf{R}_{25} (R_{25x} , R_{25y} , R_{25z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{26} (R_{26x} , R_{26y} , R_{26z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{31} (0, 0, 0, 0, 0, 1), \mathbf{R}_{32} (0, 0, 1, 0, 0, 0), \mathbf{R}_{33} (0, 0, 0, R_{33x} , R_{33y} , 0), \mathbf{R}_{34} (0, 0, 0, R_{34x} , R_{34y} , 0), \mathbf{R}_{35} (R_{35x} , R_{35y} , R_{35z} , 0, 0, 0), \mathbf{R}_{36} (R_{36x} , R_{36y} , R_{36z} , 0, 0, 0). Винты \mathbf{R}_{i1} , \mathbf{R}_{i5} , \mathbf{R}_{i6} – с нулевым параметром, винты \mathbf{R}_{i2} , \mathbf{R}_{i3} , \mathbf{R}_{i4} – с бесконечным параметром ($i = 1, 2, 3$).

Кинематические винты движения выходного звена будут выглядеть так: $\mathbf{\Omega}_1$ (1, 0, 0, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_2$ (0, 1, 0, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_3$ (0, 0, 1, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_4$ (0, 0, 0, 1, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_5$ (0, 0, 0, 0, 1, 0), $\mathbf{\Omega}_6$ (0, 0, 0, 0, 0, 1).

Особые положения данного механизма, которые сопряжены с потерей одной или нескольких степеней свободы, возникают, если \mathbf{R}_{i3} и \mathbf{R}_{i4} ($i = 1, 2, 3$) зависимы линейно, то есть, в данном механизме, параллельны. Это условие соответствует конфигурации механизма, при которой звенья с зубчатыми передачами в одной из кинематических цепей располагаются вдоль одной линии. Например, при \mathbf{R}_{13} (0, 0, 0, 0, 1, 0) = \mathbf{R}_{14} (0, 0, 0, 0, 1, 0), движение выходного звена вдоль оси Z невозможно, то есть имеется один силовой винт связи, которую налагает первая кинематическая цепь: \mathbf{Q} (0, 0, 1, 0, 0, 0) в этом случае есть только пять кинематических винтов, которые взаимны данному винту: $\mathbf{\Omega}_1$ (1, 0, 0, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_2$ (0, 1, 0, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_3$ (0, 0, 1, 0, 0, 0), $\mathbf{\Omega}_4$ (0, 0, 0, 1, 0, 0) и $\mathbf{\Omega}_5$ (0, 0, 0, 0, 1, 0).

Также существуют особые положения, соответствующие неконтролируемой подвижности выходного звена. Это происходит в тех случаях, когда силовые винты \mathbf{R}_{11} , \mathbf{R}_{12} , \mathbf{R}_{21} , \mathbf{R}_{22} , \mathbf{R}_{31} , \mathbf{R}_{32} приобретают линейную зависимость. Например, когда компланарны винты \mathbf{R}_{16} , \mathbf{R}_{26} , \mathbf{R}_{36} .

На практике это соответствует конфигурации сферического механизма, в которой обе дугообразные направляющие ложатся в одну плоскость, и в этой же

плоскости, соответственно, оказывается и выходное звено. При этом возникает подвижность выходного звена в плоскости, не контролируемая приводами обеих дугообразных направляющих.

Еще один тип особых положений, связанных с потерей управляемости, возникает, когда параллельны винты R_{15} и R_{16} или R_{25} и R_{26} . Это соответствует конфигурации сферического механизма, в которой выходное звено находится на одной прямой с осью вращения одной из дугообразных направляющих, при этом управление выходным звеном посредством этой направляющей становится невозможным.

Необходимо отметить, что вышеописанные особые положения для сферического механизма являются гипотетическими, и в реальности недостижимы из-за ограничений, вносимых конструкцией последнего.

Найдем число степеней свободы данного механизма по формуле Сомова-Малышева.

В данном случае будем считать, что каждое звено с зубчатой передачей представляет собой поступательную кинематическую пару, а дугообразные направляющие с заключенным внутри них выходным звеном, аналогичны двум последовательно установленным вращательным парам с осями, пересекающимися под прямым углом. Здесь приводная поступательная пара соединена с первым промежуточным звеном, оно через вращательную пару соединено со вторым промежуточным звеном, последнее через зубчатую передачу соединено с третьим промежуточным звеном, которое также через зубчатую передачу соединено с четвертым промежуточным звеном, а оно через вращательную пару соединено с пятым промежуточным звеном. Пятое звено соединено с шестым (выходным) звеном также через вращательную пару. Итого имеем по пять промежуточных звеньев в каждой из трех кинематических цепей, кроме того, одно выходное звено и по шесть кинематических пар также в каждой из трех цепей. Формула Сомова-Малышева здесь дает число степеней свободы, равное 6.

5.2 Описание конструкции механизма макета

Механизм (рисунок 5.2) собран на шестиугольной раме из дюралюминиевого сплава (рисунок 5.3). Консоли крепления кинематических цепей расположены в трех углах рамы, в остальных трех углах установлены стойки крепления к подставке.

Крепление кинематических цепей к раме сделано консольным, с креплением на одном вертикальном винте, что позволяет при сборке точно выставить оси кинематических цепей так, чтобы они пересекались в одной точке. Поворот вокруг горизонтальной оси можно обеспечить подгибанием консоли, поворот вокруг вертикальной оси возможен на винте крепления.

Каждая кинематическая цепь крепится к консоли через промежуточную поступательную пару длиной 85 мм, соосную с основной поступательной парой кинематической цепи, что позволяет увеличить на 45 мм общий диапазон поступательных перемещений собственно поступательной пары кинематической цепи. Промежуточная поступательная пара имеет фиксатор, которым она закрепляется в любом положении в пределах своего диапазона перемещения. Кроме того, предусмотрено дополнительное увеличение диапазона поступательных перемещений еще на 50 мм путем перестановки стойки крепления промежуточной поступательной пары к консоли крепления. Это возможно, поскольку консоль имеет участок, параллельный оси поступательного перемещения, на котором есть дополнительные отверстия для перестановки стойки.

Узел промежуточной поступательной пары с установленной на ней основной поступательной парой, приводная рукоятка и фиксаторы перемещения изображены на рисунке 5.4.

Основная поступательная пара каждой кинематической цепи выполнена в виде цилиндрического стального вала, что позволяет совместить ее с вращательной парой. Вал имеет длину 130 мм, рабочий диапазон поступательных перемещений составляет 45 мм. На входном конце вала расположена приводная

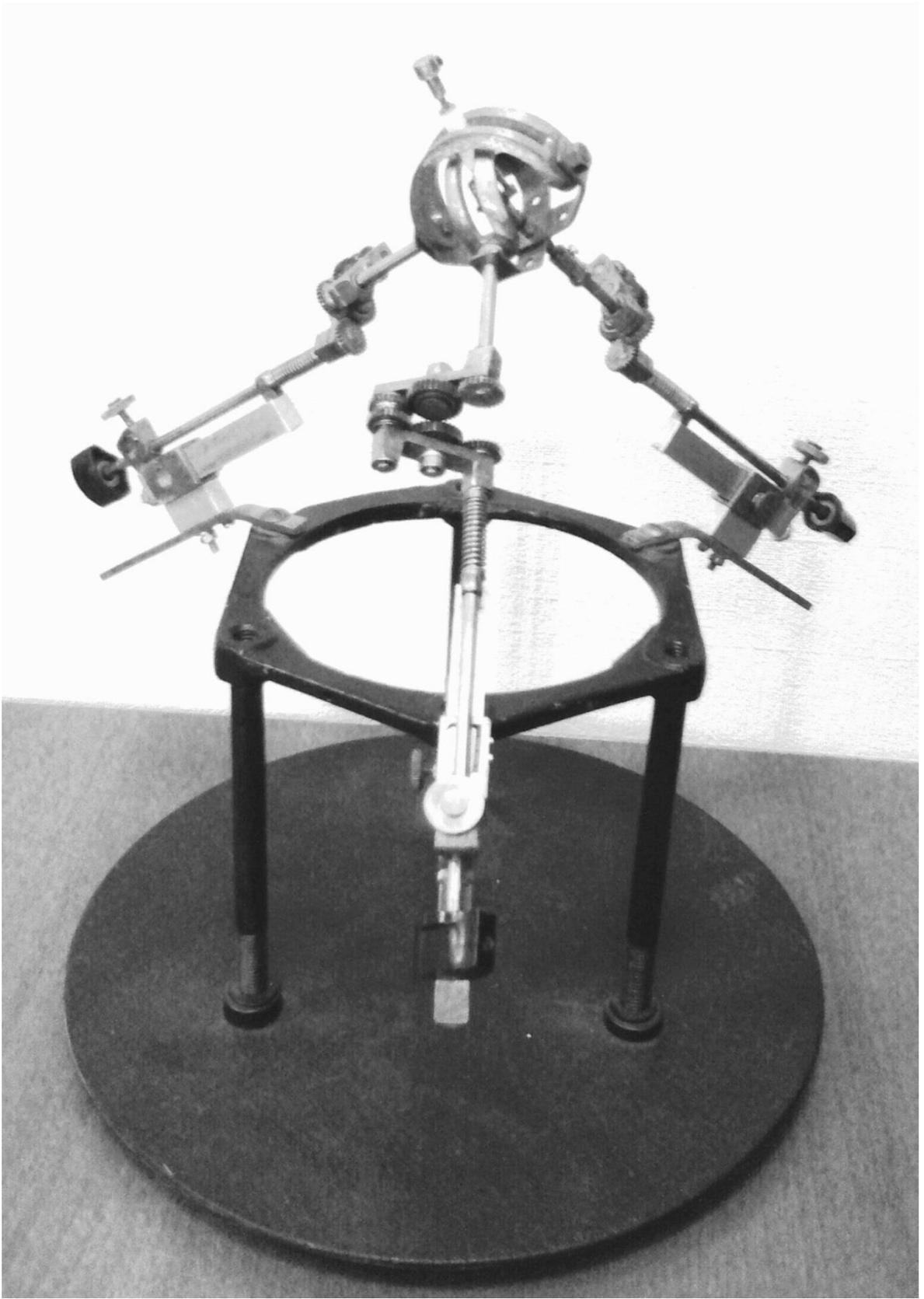


Рис 5.2



Рис.5.3

рукоятка, на выходном конце – ведущая шестерня первого промежуточного звена. Вал установлен в двух латунных подшипниках скольжения, допускающих как вращение, так и продольное перемещение в пределах диапазона. Кроме того, перед промежуточным звеном установлена пружина для компенсации веса механизма, что позволяет ему находиться в середине диапазона при отсутствии воздействий на поступательный привод. Кроме того, на валу предусмотрена фиксация поступательного перемещения при свободном вращении, а также одновременная фиксация поступательного и вращательного движений, посредством винтов.

Промежуточные звенья (рисунок 5.5) выполнены из латуни, шестерни имеют зубчатый венец, выполненный из стали. Расстояние между осями крайних шестерен – 35 мм, одинаковое для всех промежуточных звеньев. Крайние шестерни всех промежуточных звеньев имеют одинаковое число зубьев. Первое промежуточное звено имеет на входном (приводном) валу и выходной оси развитые втулки подшипников скольжения, что позволяет уменьшить люфт. Входная шестерня жестко закреплена на приводном валу, выходная шестерня также жестко скреплена с входной шестерней второго промежуточного звена, они вращаются на одной оси, жестко зафиксированной во втором промежуточном звене. Промежуточные шестерни первого и второго звеньев установлены на подшипниках качения, причем внутренние обоймы подшипников жестко закреплены на соответствующих звеньях.

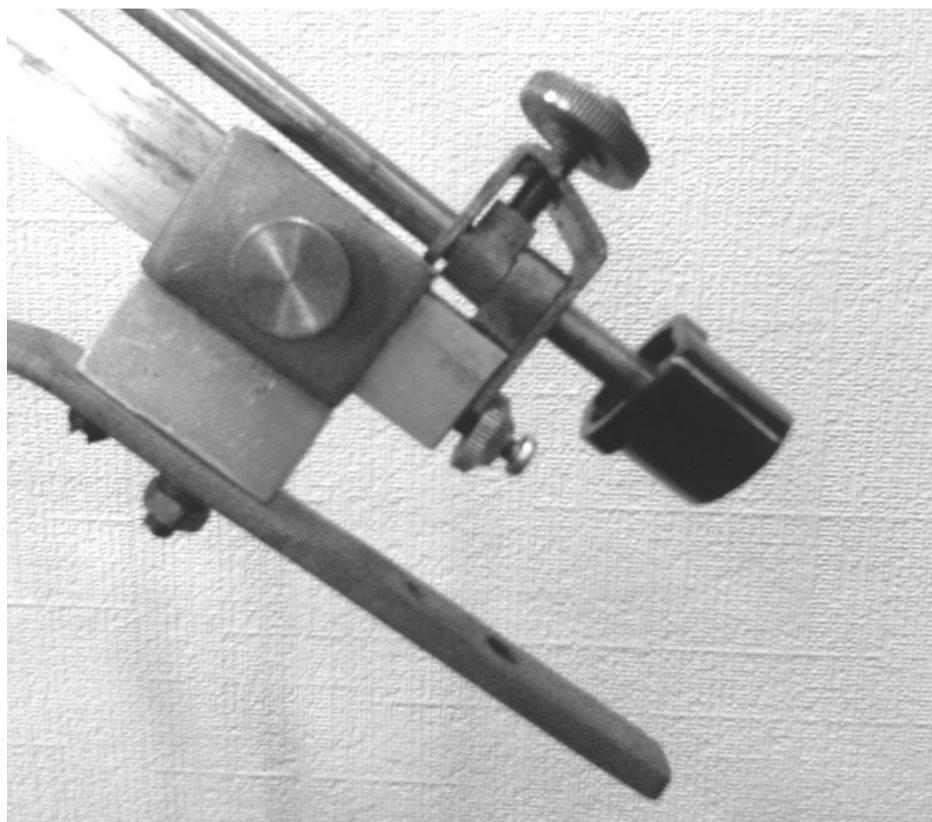


Рис. 5.4

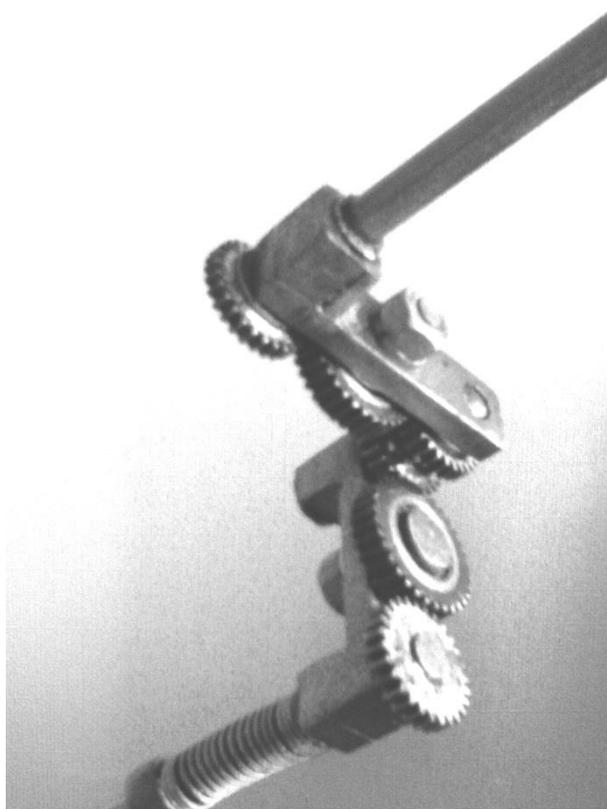


Рис. 5.5

Выходной вал второго промежуточного звена каждой кинематической цепи также установлен в развитой втулке подшипника скольжения. На нем жестко закреплена выходная шестерня второго промежуточного звена. Выходные валы всех трех кинематических цепей являются входными валами сферического механизма.

Сферический механизм (рисунок 5.6.) выполнен из латуни и состоит из двух пар дугообразных направляющих [54]. В одном конце каждой пары направляющих жестко зафиксирован выходной вал второго промежуточного звена, с другого конца соосно с валом установлена полуось вращения этой пары направляющих. Вал и полуось установлены на корпусе сферического механизма в подшипниках скольжения, а ось вращения проходит через центр окружности, образующей серединную дугу направляющих.

Две пары дуг установлены на корпусе таким образом, что оси их вращения пересекаются под прямым углом в точке, которая одновременно является центром окружностей серединных дуг обеих пар направляющих. Диаметр окружности, образующей одну пару дуг – 50 мм по средней линии. Другая же пара дуг образована окружностью с диаметром 38 мм, и является внутренней, что позволяет обеим парам дуг свободно вращаться, не касаясь друг друга.

Промежуточная втулка выходного звена выполнена из фторопласта и может перемещаться, постоянно оставаясь между дугами из каждой пары (рисунок 5.7). Втулка имеет квадратное сечение и выполнена разрезной, так как угол между плоскостями дугообразных направляющих при различном взаимном положении изменяется. Выходные валы двух кинематических цепей жестко прикреплены каждый к своей паре дугообразных направляющих. С учетом ограничений, налагаемых втулкой, диапазон углового перемещения внутренней пары дуг – 135° , а внешней пары дуг – 120° от упора до упора. Такой же диапазон угловых перемещений имеет и выходное звено механизма.



Рис.5.6



Рис 5.7

Выходной вал третьей кинематической цепи сопряжен с корпусом сферического механизма через подшипник скольжения, так что его ось проходит через точку пересечения осей вращения направляющих (рисунок 5.8). Конец выходного вала третьей кинематической цепи через карданную передачу (рисунок 5.9) соединен с выходным звеном, вращающимся в подшипниках скольжения внутри промежуточной втулки выходного звена. Ось выходного звена при этом также проходит через точку пересечения осей дуг и выходных валов всех трех кинематических цепей. Диапазон вращения выходного звена по этой координате неограничен.

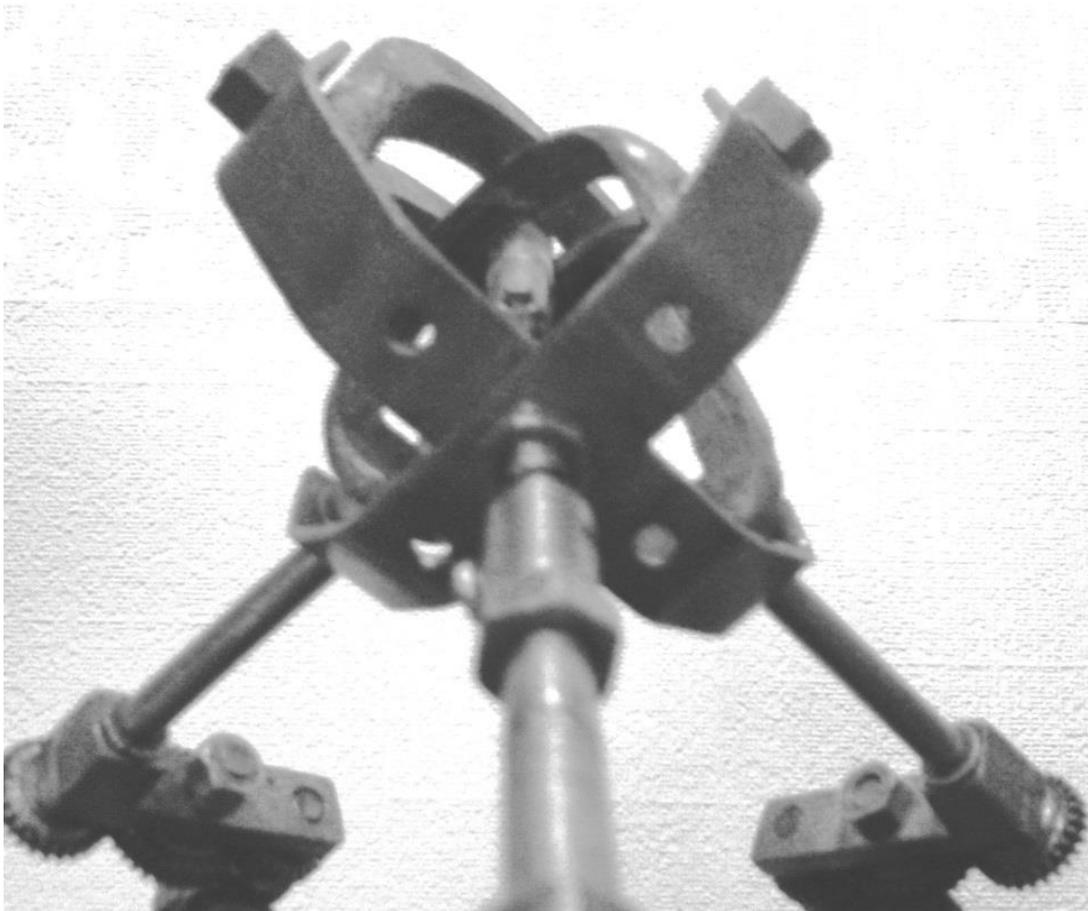


Рис. 5.8

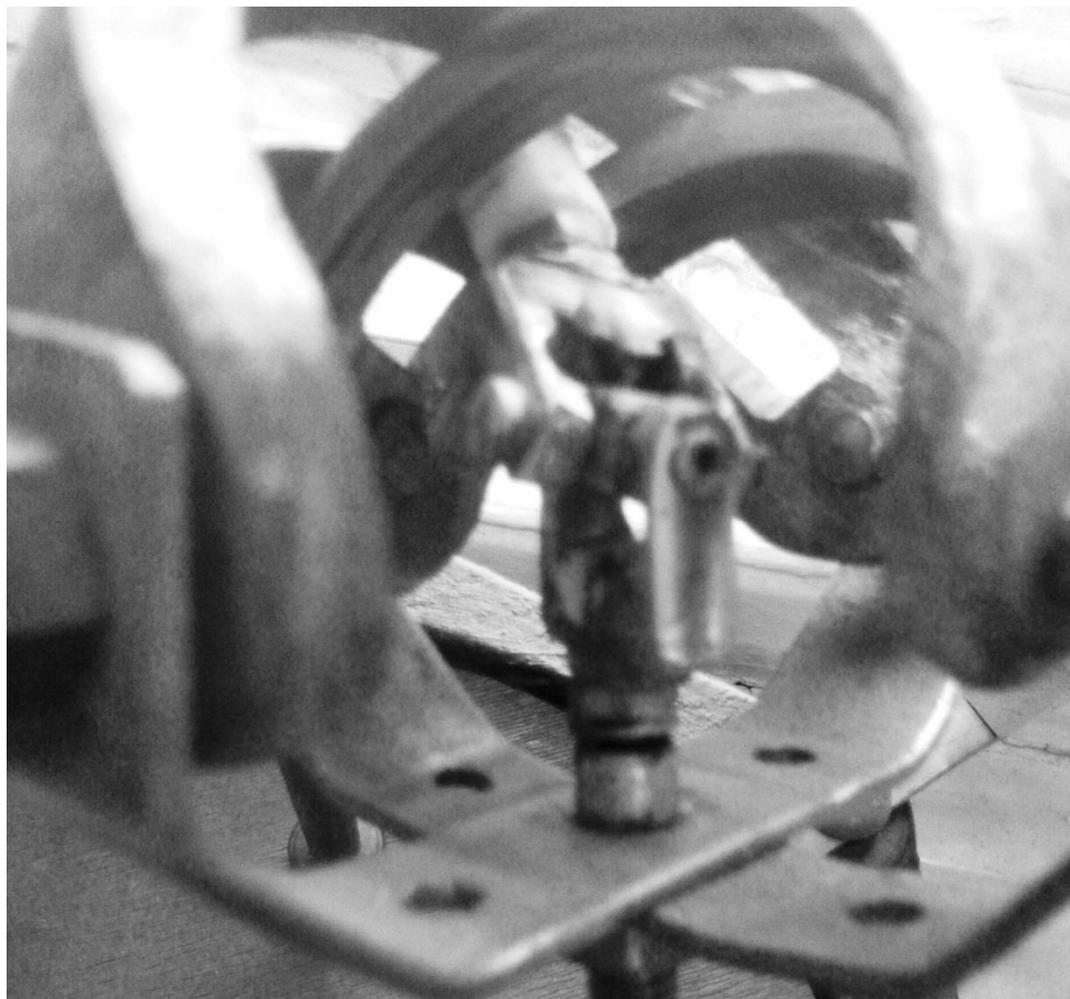


Рис.5.9

5.3. Анализ особых положений механизма макета на основе экспериментальных данных

В качестве примера определим плюккеровы координаты кинематических винтов механизма макета для конкретной его конфигурации, (рисунок 5.10). Угол между промежуточными звеньями кинематической второй цепи, расположенной вдоль оси X – 15° , Вторая кинематическая цепь, расположенная вдоль оси Y , соответствует особому положению (оси промежуточных звеньев параллельны), угол между промежуточными звеньями третьей цепи, расположенной вдоль оси Z - 30° .

Для данного положения координаты единичных винтов осей кинематических пар:

$R_{11} (1, 0, 0, 0, -15, 5)$, $R_{12} (0, 0, 1, 0, 0, 0)$, $R_{13} (0, 0, 0, 0, -0,967, 0,259)$, $R_{14} (0, 0, 0, 0, -0,967, -0,259)$, $R_{15} (0, -0,866, -0,5, 0, 0, 0)$, $R_{16} (0,224, 0,484, 0,837, 0, 0, 0)$, $R_{21} (0, 1, 0, 0, 0, 0)$, $R_{22} (0, 0, 0, 0, -1, 0)$, $R_{23} (0, 0, 0, 0, 0,707, 0, 0,707)$, $R_{24} (0, 0, 0, 0, 0,707, 0, 0,707)$, $R_{25} (0,967, 0,-0,259, 0, 0, 0)$, $R_{26} (0,224, 0,484, 0,837, 0, 0, 0)$, $R_{31} (0, 0,1, -16, -16, 0)$, $R_{32} (0, 0, 0, 0, 0, 1)$, $R_{33} (0, 0, 0, -0,94, -0,342, 0)$, $R_{34} (0, 0, 0, -0,766, -0,643, 0)$, $R_{35} (0,5, 0,866, 0, 0, 0, 0)$, $R_{36} (-0,725, 0,419, -0,048, 0, 0, 0)$.

Особое положения для данного механизма, сопряженное с потерей одной степени свободы, в данном примере выражено тем, что винты R_{23} , R_{24} параллельны, и поэтому существует один силовой винт связи, которую налагает вторая кинематическая цепь: $Q (0,707, 0, 0,707, 0, 0, 0)$, при этом невозможным становится движение вдоль прямой, лежащей в плоскости XOZ под углом 45^0 к оси OZ .

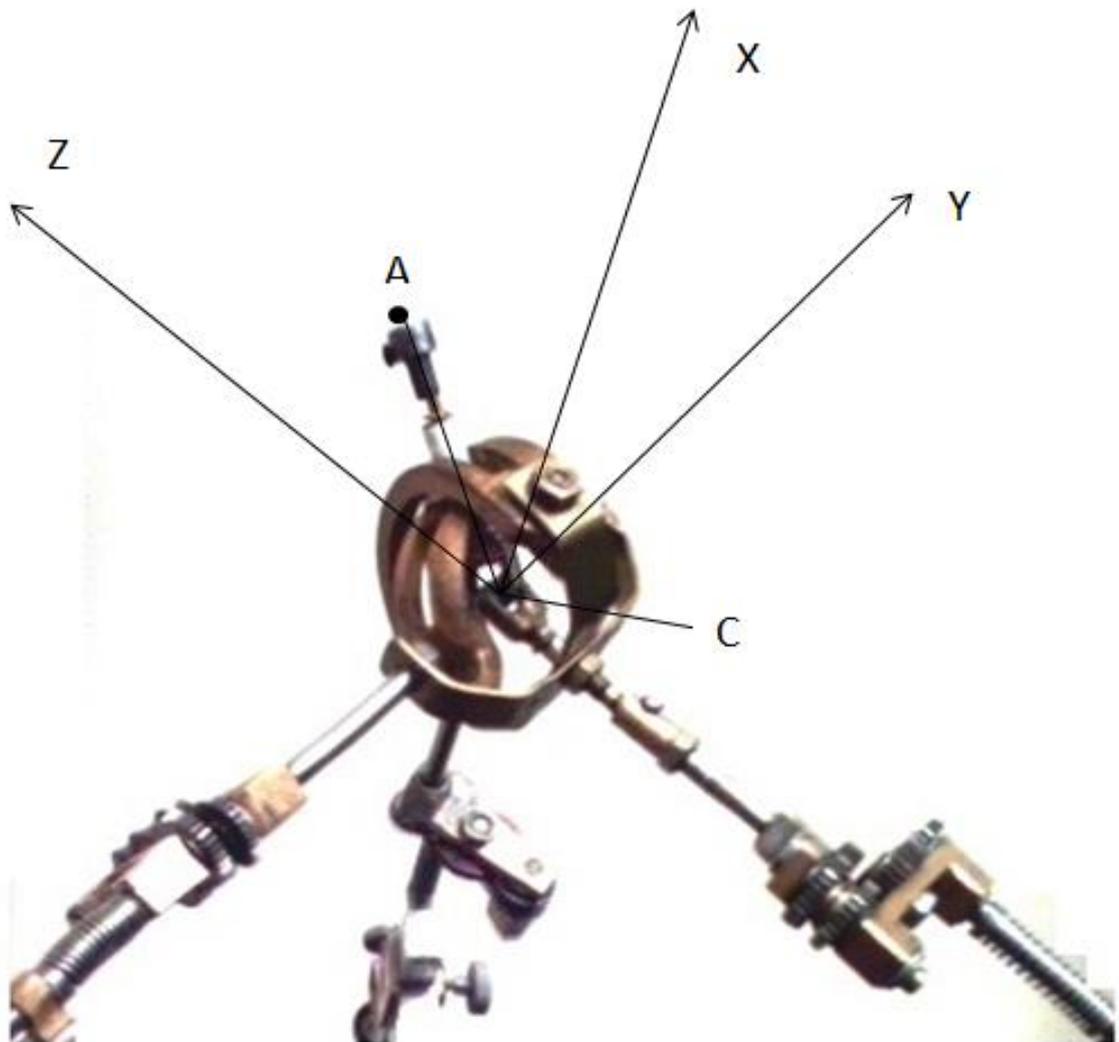


Рис. 5.10

Вывод: изготовленный макет механизма имеет особые положения, связанные с потерей степени свободы – линейного перемещения по одному из направлений – при конфигурации, когда промежуточные звенья располагаются вдоль одной прямой (как, в рассмотренном примере, пара промежуточных звеньев кинематической цепи, расположенной вдоль оси Y (рисунок 5. 10).

Особых положений, связанных с потерей управляемости не возникает, ввиду конструктивных особенностей сферического механизма, используемого в данном макете.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

- Синтезированы схемы механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой, обеспечиваемой наличием в каждой кинематической цепи двух шарнирных параллелограммов, либо двух зубчатых передач.
- Для механизмов с кинематической развязкой решены задачи о положениях и скоростях, учитывающие постоянные и переменные ориентации выходного звена.
- Для механизмов с кинематической развязкой построены рабочие зоны, учитывающие постоянную и переменную ориентации выходного звена.
- Разработан действующий макет механизма параллельной структуры с кинематической развязкой. Для данного макета определены плюккерovy координаты силовых и кинематических винтов, соответствующих кинематическим цепям.

Проведенная работа позволяет сделать следующие выводы:

- Наличие в каждой из трех кинематических цепей механизмов параллельной структуры двух шарнирных параллелограммов или зубчатых передач, позволяет обеспечить кинематическую развязку не только между поступательным и вращательным движениями, но и отдельными поступательными движениями по различным координатам.
- В механизмах с кинематической развязкой существует однозначное соответствие обобщенных и абсолютных координат, что упрощает решение задачи о положениях, в случае же постоянства положения конечной точки рабочего органа, для изменения углов ориентации необходимо перемещение в линейных приводах, а угловые скорости определяют линейные.
- Конструкция кинематических цепей механизма параллельной структуры с кинематической развязкой, содержащая зубчатые передачи, наиболее легко реализуема с практической точки зрения. Силовые и кинематические винты адекватно описывают движение изготовленного макетного образца.

- Имеют место особые положения, характеризуемые потерей одной степени свободы (линейного перемещения). Других особых положений не возникает из-за конструктивных ограничений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аракелян В., Брио С, Глазунов В.А. Исследование особых положений манипулятора с параллельной структурой «ПАМИНСА», 2006. С. 82-101.
2. Арзуманян К. С., Колискор А. Ш. Синтез структур *I*-координатных систем для исследования и диагностирования промышленных роботов // Испытания, контроль и диагностирование гибких производственных систем. М.: Наука, 1988. С. 70-81.
3. Астанин В. О., Сергеенко В. М. Исследование металлорежущего станка нетрадиционной компоновки // Станки и инструмент. 1993. № 3. С. 5-8.
4. А.с. 558788 СССР, МКИ В 25 J 1/02. Манипулятор /В. Н. Данилевский. // Открытия. Изобретения. 1977. № 19. С. 35-36.
5. А.с. 1174256 СССР, МКИ В 25 J 11/00. Манипулятор модульного типа / К. С. Арзуманян, А. Ш. Колискор // Открытия. Изобретения. 1985. №31, С. 65-66.
6. А.с. 1289675 СССР, МКИ В 25 J 11/00. Манипулятор /К. С. Шоланов // Открытия. Изобретения. 1987. № 6. С. 59.
7. Ас. 1303398 СССР, МКИ В 25 J 9/00. *I*-координатный пространственный механизм / К. С. Арзуманян, А. Ш. Колискор // Открытия. Изобретения. 1987. № 14. С. 74.
8. А.с. 1315290 СССР, МКИ В 25 J 1/02, 9/20. Манипулятор / Р.И. Ализадзе, Н. Р. Тагиев, А. М. Темиров // Открытия. Изобретения. 1987. №21. С. 72.
9. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А. Синтез плоских механизмов // М.: Физматгиз, 1959, 1084 с.
10. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. // М.: Наука, 1975, 719 с.
11. Гаврилина Л.В., Демидов С.М., Орлов И.А., Шалюхин К.А., Шарапов И.Б., Швец П.А. Разработка роботов параллельной структуры портального типа для ортопедических операций // Медицина и высокие технологии. 2017, № 3. С.55-61.

12. Глазунов В. А., Данилин П. О., Левин С. В., Тывес Л. И., Шалюхин К. А. Разработка механизмов параллельной структуры с кинематической и динамической развязкой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010, № 2. С. 23–32.
13. Глазунов В. А. Использование теории винтов в задачах механики манипуляторов // Машиноведение. 1989, № 4. С. 5-10.
14. Глазунов В. А., Касилов В. П., Козырев А. В., Левин С. В., Шалюхин К. А. Манипулятор параллельной структуры с тремя ортогональными поступательными степенями подвижности и анализ его жесткости // Проблемы машиностроения и автоматизации, № 3, 2015. С. 48-56.
15. Глазунов В. А., Ласточкин А. Б., Шалюхин К. А., Данилин П. О. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надёжности машин, № 4, 2009. С. 81–85.
16. Глазунов В. А., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры // М.: Наука, 1991, 95 с.
17. Глазунов В.А. Структура пространственных механизмов. Группы винтов и структурные группы // Справочник. Инженерный журнал. 2010. Приложение № 3, 24 с.
18. Глазунов В. А, Плотникова Н. В. К решению задач о положениях и скоростях пространственных механизмов параллельной структуры // Известия ВУЗов. Машиностроение. 1993, № 1. С. 9-14.
19. Глазунов В. А, Рашоян Г. В. Вывод l -координатных манипуляторов из особых положений // Известия ВУЗов. Машиностроение. 1990, №7. С. 9-12.
20. Данилин П. О., Тывес Л. И., Глазунов В. А. Групповая кинематическая развязка движений в механизмах параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2010, №3. С. 27-35.
21. Джолдасбеков У.А. Графоаналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов // Алма-Ата: Наука, 1983, 256 с.
22. Диментберг Ф. М. Винтовое исчисление и его приложения в механике // М.: Наука, 1965, 200 с.

23. Диментберг Ф. М. Определение положений пространственных механизмов // М.: Изд-во АН СССР, 1950, 142 с.
24. Диментберг Ф. М., Саркисян Ю. Л., Усков М. К. Пространственные механизмы // М.: Наука, 1983, 95 с.
25. Диментберг Ф. М. Теория винтов и ее приложения // М.: Наука, 1978, 327 с.
26. Диментберг Ф. М. Теория пространственных шарнирных механизмов // М.: Наука, 1982, 335 с.
27. Заблонский К. И., Монашко Н. Т., Щекин Б. Н. Оптимальный синтез схем манипуляторов промышленных роботов // Киев: Техника, 1989, 152 с.
28. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия: учебное пособие // М.: Физматлит, 2007, 144 с.
29. Каган В. Г. 50, 40, 30, 20, 10 лет спустя. // Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004, 187 с.
30. Кинематика, динамика и точность механизмов. Справочник. Под ред. Г. В. Крейнина // М.: Наука, 1985, 295 с.
31. Колискор А. Ш., Правоторова Е. А. Исследование точности движения схвата промышленного робота в пространстве // Машиноведение. 1989. №1, С. 56-63.
32. Колискор А. Ш. Разработка и исследование промышленных роботов на основе l -координат // Станки и инструмент, 1982, №12. С. 21-24.
33. Коловский М. З. Динамика машин // Л.: Наука. 1964, 390 с.
34. Коловский М. З., Слоущ А. В. Основы динамики промышленных роботов // М. Наука. Гл. ред. физ. мат. лит. 1988, 240 с.
35. Корендясев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Теоретические основы робототехники. Книга 1 // М.: Наука, 2006, 383 с.
36. Корендясев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. и др. Манипуляционные системы роботов. Под ред. А. И. Корендясева. // М.: Машиноведение, 1989, 472 с.

37. Крайнев А. Ф., Глазунов В. А. Новые механизмы относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. №5. с. 106-117.
38. Крайнев А. Ф., Глазунов В. А., Муницына Н. В. Построение рабочих зон манипулятора параллельной структуры и двухкритериальная оптимизация его параметров // Изв. ВУЗов. Машиностроение. 1994. № 1-3. С. 3-7.
39. Крайнев А. Ф., Ковалев Л. К., Васецкий В. Г., Глазунов В. А. Разработка установок для лазерной резки на основе механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. №6. С. 84-93.
40. Крайнев А. Ф., Механика от греческого *mechanice (te'chne)* искусство построения машин. Фундаментальный словарь // М.: Машиностроение, 2000, 904 с.
41. Крайнев А. Ф. Словарь-справочник по механизмам // М., Машиностроение, 1987, 560 с.
42. Крайнев А. Ф. Функциональная классификация механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1993, №5. С. 10-20.
43. Лебедев П. А. Кинематика пространственных механизмов. М.: Машиностроение, 1967, 279 с.
44. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. // М.: Наука, 1990, 592 с.
45. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т.1 Статика и кинематика. – 8-е изд., перераб. и доп. // М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982, 352 с.
46. Лунев В. В., Мисюрин С. Ю. Решение задачи о положениях механизма методом многоугольников Ньютона // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994, №2. С. 26-31.
47. Мардер Б. О., Рашоян Г. В. Об особых положениях *l*-координатных механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1990, №6. С. 39-43.

48. Мохамед М., Даффи Д. Непосредственное определение мгновенной кинематики роботов с параллельным расположением приводов // Тр. Амер. общества инженеров механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1985, №2, С. 229-232.

49. Овакимов А. Г. Об особых положениях одноконтурных пространственных механизмов с несколькими степенями свободы // Машиноведение, 1989, №4. С. 11-18.

50. Патент РФ на изобретение № 2403141 / Глазунов В. А., Тывес Л. И., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп.10.11.2010. Бюл. № 31.

51. Патент РФ на полезную модель № 164091 / Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А., Духов А. В., Козырев А. В. Пространственный механизм с шестью степенями свободы. Оп. 20.08.2016. Бюл. № 23.

52. Патент РФ на изобретение № 2412798 / Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп. 27.02.2011г.

53. Патент РФ № 2403140 / Глазунов В.А., Тывес Л.И., Данилин П.О. Пространственный механизм. Оп. 10. 11. 2010. Бюл. № 31.

54. Патент РФ на полезную модель № 125118 / Глазунов В.А., Левин С.В., Лысогорский А. Е., Календарев А. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм. Оп.27.02.2013. Бюл. № 6.

55. Патент РФ на полезную модель № 133045 / Ганиев Р. Ф., Касилов В. П., Глазунов В. А., Левин С. В., Шалюхин К. А. Пространственный механизм со стабилизирующими кинематическими цепями. Оп.10.10.2013г Бюл. № 28.

56. Патент РФ № 2403143 / Глазунов В.А., Тывес Л.И., Данилин П.О. Манипулятор-трипод с шестью степенями подвижности. Оп. 10. 11. 2010. Бюл. № 31.

57. Тимофеев А. В. Управление роботами // Л.: ЛГУ, 1986, 217 с.

58. Тимофеев А. В., Экало Ю.В. Устойчивость и стабилизация программного движения робота-манипулятора. // Автоматика и телемеханика, 1976, №10. С 35-38.

59. Тывес Л.И. Механизмы робототехники: Концепция развязок в кинематике, динамике и планировании движений // М.: ЛЕНАНД, 2014, 208с.
60. Тывес Л. И., Чернов В. Ф., Глазунов В. А. Особые положения многоподвижных замкнутых кинематических цепей робототехнических систем // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1992, №3, С. 102-110.
61. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Управление динамическими объектами. // М.: Наука, 1981, 447 с.
62. Фролов К.В., Сергеев В.И., Колискор А.Ш. Исследование механических параметров промышленных роботов *I*-координатными методами // Тр. II советско-югославского симпоз. по робототехнике. Белград, 1984, С.147-151.
63. Хант К. Х. Кинематические структуры манипуляторов с параллельным приводом // Тр. Амер. общества инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1983, №4. С. 201-210.
64. Шалюхин К., Рашоян Г.В., Алешин А.К. Задачи кинематического анализа и особых положений механизмов роботов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин (прошла рецензирование и будет опубликована в 2018, № 3).
65. Янг Д. Робототехника. // М: Машиностроение, 1979, 365 с.
66. Angeles J. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms (Second Ed.) // Springer, 2002, 520 p.
67. Behi F. Kinematic Analysis for a Six-Degree-of-Freedom 3-PRPS Parallel Mechanism // IEEE J. Robot and Automat. 1988. Vol. 4. P. 561-565.
68. Bottema O., Roth B. Theoretical Cinematic // Amsterdam., etc.North. Holland Publ. Co. 1979, 558 p.
69. Carricato M., Parenti-Castelli V. On the topological and geometrical synthesis and classification of translational parallel mechanisms // Pr. of the XI World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin. China. 2004, P. 1624-1628.
70. Chablat D., Wenger P. Architecture Optimization of a 3-DOF Translational Parallel Mechanism for Machining Applications, the Orthoglide // IEEE Transaction on robotics and automation, vol.19, 2003, P. 524-528.

71. Clavel R.. Delta, a Fast Robot with Parallel Geometry // Proc. of the 18th International Symposium on Industrial Robots, Sydney, Australia, 1988, P 79-85.

72. Clavel R. Device for displacing and positioning an element in space // Brevet N WO 87/03528. Classification Internationale de brevets: B25J 17/02, 1987, P. 719-725.

73. Danescu G., Jacquet P., Dahan M. The singular Configurations of an Un-rotational Manipulator // IX World Congress on the TMM. Pr. Milano, Italy, 1995. P. 1961-1965.

74. Do W. Q. D. Yang D. C. H. Inverse Dynamic Analysis and Simulation of a Platform Type of Robot // J. Robot. Syst., 1988, №3, P. 209-227.

75. Dzholdasbekov U. A., Baigunchekov Zh. Zh. High Class Spatial Mechanisms // The Theory of Machines and Mechanisms // Proc VII World Congr., Spain, Seville, 1987. P. 309-313.

76. Fichter E. F., McDowell E. D. Determination the Motions of Joints on a Parallel Connection Manipulators // Proc. 6th World Congr. of IFToMM, Delhi, 1983. P. 1003-1006.

77. Fichter E. F., McDowell E. D. A Novel Design for a Robot Arm // Advancer in Computer Technology, an ASME Publication, 1980. P. 250-256.

78. Fichter E. F., McDowell E. D. Determination the Motions of Joints on a Parallel Connection Manipulators // Proc. 6th World Congr. of IFToMM, Delhi, 1983. P. 1003-1006.

79. Funabashi H., Takeda Y. Determination of singular points and Their Vicinity in Parallel Manipulators Based on the Transmission Index // IX World Congress on the TMM. Pr. Milano, Italy, 1995. P 1977-1981.

80. Glazunov V. A., Kraynev A. F., Rashoyan G. V., Trifonova A. N. Singular *I*-Zones of Parallel Structure Mechanisms // Pr. X World Congress on TMM, Oulu, Finland, 1999. P. 2710-2715.

81. Gosselin C. and Angeles J. Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains // IEEE Transaction on robotics and automation, vol. 6, №3, 1990. P. 281-290.

82. Gosselin C. M., Kong X., Foucault S. and others. A fully decoupled 3-DOF translational parallel mechanism // Parallel Kinematic Machines International Conference. Chemnitz, Germany, 2004. P. 595-610.
83. V. Glazunov, S. Demidov, I. Orlov, K. Shaluykhin, An algorithm for constructing workplace arrangements parallel structures // International scientific journal of IFToMM "Problems of mechanics", 2016, №3 (64). P 21-26.
84. Gosselin C., Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Planar Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // Trans. ASME, Vol. 110, 1988. P. 3-10.
85. Gosselin C., Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // Trans. ASME J. Mech., Trans, and Automat. Design, 1989. P. 202-207.
86. Gough V. E. and Whitehall S. G. Universal tire test machine // 9th Int. Technical Congress F.I.S.I.T.A. London, United Kingdom, 1962. P. 117-135.
87. Gough, V. E. Contribution to discussion of papers on research in Automobile Stability, Control and Tyre performance // Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng., 1956-1957. P. 392-394.
88. Hara A., Sugimoto K. Synthesis of Parallel Micromanipulators // Trans. ASME J. Mech., Trans, and Automat. Design, 1989. Xs 1. P. 34-39.
89. Harris D. M. J. A Hidraulic Parallel-Linkage Robot // IX World Congress on the TMM. Pr. Milano, Italy. 1995. P. 1695-1699.
90. Herve J. M., Sparacino F., «Structural Synthesis of Parallel Robots Generating Spatial Translation» // Proc. of the 5th IEEE International Conference on Advanced Robotics, Pisa, Italy. 1991. P. 95-99
91. Hunt K. H. Geometry of Robotic Devices // Institution of Engineers Austral Mechanical Engineering: Transaction, 1982, Vol. 7, .№4. P. 213-220.
92. Hunt K. H. Kinematic Geometry of Mechanisms // London: Oxford University Press, 1978. 465 p.
93. Hunt K. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot arms // ASME. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, 1983. P. 705-712.

94. Merlet J.-P. *Parallel Robots* // Kluwer Academic Publishers, 2000, 372 p.
95. Merlet J. P. Singular configurations of parallel manipulators and Grass-man geometry // *Intern. J. Robotic Res.*, 1989, Vol.8, № 5. P. 45-56.
96. Mianowski K. Singularity analysis of parallel manipulator POLMAN 3x2 with six degrees of freedom // 12th IFToMM World Congress, Besancon (France), 2007. P. 345-356.
97. Nastase A. The Class of Hybrid Parallel Mechanisms 3(JRS) // *Proc. of the 12 th IFToMM World Congress, Besancon (France), 2007. P. 91-96.*
98. Parenti-Gastelli V., Innocenti C. Direct displacement analysis for some classes of spatial parallel mechanisms // 8 CISM-IFToMM Simp. On Theory and Practice of Robots and Manipulators, 1990, Vol. 5. P. 134-142.
99. Stewart, D. A Platform with Six Degrees of Freedom // *Proc. Institute of Mechanical Engineering*, 1965. P. 371-386.
100. Stewart Platform // *J. Robot. Systems*, 1989, .No 6. P. 706-720.
101. Tsai, L. W. Kinematics of a Three-DOF Platform with Three Extensible Legs // Kluwer Academic Publishers, 1996. P. 401-410.
102. Yang T. A Method of Position Analysis of Spatial Complex Multi-loop Chains by Imaginary Inputs // *Proc. 4th International Symposium on Linkageg and CAD "SYROM'85"*, Bucharest, Romania, 1985. P. 458-462.
103. Yan Jin, I-Ming Chen, Guilin Yang Structure Synthesis and Singularity Analysis of a Parallel Manipulator Based on Selective Actuation // *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, 2004. P. 4533-4538.*
104. The 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, October 25-30, 2015
DOI Number: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS2.001
105. Leonid Tyves, Victor Glazunov, Pavel Danilin, Nguyen Minh Thanh. Decoupled Parallel Manipulator with Universal Joints and Additional Constraints // *Proceedings of ROMANSY 2010 XVIII CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, 2010. P. 345-356.*